PROGNOSTICKÉ METODY P9

2009-04-16

Odvození prognózy z ADL (n, p) modelu:

✓ **Krátkodobá prognóza:**

- $f_{n,1}$ nebo $\hat{y}_{t+1} = b_0 + b_1 y_t + c_1 x_t$
- $f_{n,1}$ nebo $\hat{y}_{t+1} = b_0 + b_1 y_t + b_2 y_{t-1} + \ldots + b_n y_{t-n+1} + c_{11} x_{1t} + \ldots + c_{1p} x_{1t-p+1} + \ldots + c_{k1} x_{kt} + \ldots + c_{kp} x_{kt-p+1}$
- Situace je o něco složitější obsahuje-li ADL (n,p) model vysvětlující proměnnou x, resp. proměnné x_1, ..., x_k v běžném období *t*.

✓ **Střednědobá a dlouhodobá prognóza:**

- $f_{n,2}$ nebo $\hat{y}_{t+2} = b_0 + b_1 \hat{y}_{t+1} + b_2 y_t + \ldots + b_n y_{t-n+2} + c_{10} x'_{1t+2} + c_{11} x'_{1t+1} + \ldots + c_{1p} x_{1t-p+2} + \ldots + c_{k0} x'_{kt+2} + c_{k1} x'_{kt+1} + \ldots + c_{kp} x_{kt-p+2}$
- $f_{n,h}$ nebo $\hat{y}_{t+h} = b_0 + b_1 \hat{y}_{t+h-1} + b_2 y_{t+h-2} + \ldots + b_n y_{t-n+h} + c_{10} x'_{1t+h} + c_{11} x'_{1t+h-1} + \ldots + c_{1p} x_{1t-p+h} + \ldots + c_{k0} x'_{kt+h} + c_{k1} x'_{kt+h-1} + \ldots + c_{kp} x_{kt-p+h}$

Chyba prognózy:

✓ Chyba prognózy se skládá ze dvou komponentů. Prvním je nejistota plynoucí z odhadu regresních koeficientů, jež má pravděpodobnostní charakter, a to i přesto, že je při splnění všech předpokladů nejlepším (lineárním), konzistentním a nestranným odhadem. Druhým komponentem je nejistota spojená s budoucí neznámou hodnotou náhodné složky – u_t.

✓ Velikost typické chyby vzniklé použitím prognostického modelu lze vyjádřit pomocí **RMSFE** (Root Mean Squared Forecast Error). RMSFE je vypočtena jako odmocnina průměru čtverce chyby prognózy.

RMSFE:

✓ $y_{t+1} - \hat{y}_{t+1} = u_{t+1} - \left[(b_0 - \beta_0) + (b_1 - \beta_1) y_t + (c_1 - \gamma_1) x_t\right]$

✓ $MSFE = E\left[(y_{t+1} - \hat{y}_{t+1})^2\right] = \sigma_u^2 + \operatorname{var}\left[(b_0 - \beta_0) + (b_1 - \beta_1) y_t + (c_1 - \gamma_1) x_t\right]$

✓ $y_{T+1} - \hat{y}_{T+1} = \underbrace{u_{T+1}}_{\sigma_u^2} - \underbrace{\left[(b_0 - \beta_0) + (b_1 - \beta_1) y_{T+1} + (c_1 - \gamma_1) x_{T+1}\right]}_{\sigma_u^2 X_{T+1}^T \left(X^T X\right)^{-1} x_{T+1}}$

✓ $\underbrace{MSFE}_{S_e^2} = \sigma_u^2 \left(1 + X_{T+1}^T \left(X^T X\right)^{-1} x_{T+1}\right)$

Interval prognózy:

✓ Za předpokladu normálního rozdělení náhodné složky je interval spolehlivosti prognózy dán vztahem: $\hat{y}_{t+1} \pm t_\alpha tabulkove * SE(y_{t+1} - \hat{y}_{t+1})$

✓ $\hat{y}_{t+1} \pm t_\alpha tabulkove * RMSFE(y_{t+1} - \hat{y}_{t+1})$

…

$\hat{y}_{t+h} \pm t_\alpha tabulkove * RMSFE(y_{t+h} - \hat{y}_{t+h})$

✓ $\sigma_u^2 = E\left(S_u^2\right)$ - nestranný odhad σ_n^2

Ex-post prognóza:

✓ Určit délku prognostického horizontu ex-post prognózy -> h*

✓ T-h*

✓ Odhad modelu na zkrácených časových řadách

✓ Odvození prognózy na jeden krok dopředu a vypočtení chybu ex-post prognózy

✓ Prodloužit časovou řadu o jedno období (a přecházíme do bodu 3, opakujeme tak dlouho, dokud se nedostaneme do t)

✓ => odhad MSFE a jeho odmocnina RMSFE

Obecný model:

Obecný zápis: $CZV_t = \beta_0 + \beta_1 CZV_{t-1} + \ldots + \beta_n CZV_{t-n} + \gamma_{11} CPV_{1t-1} + \ldots + \gamma_{1p} CPV_{1t-p} + u_t$, kde $\beta_0, \ldots, \beta_n$ a $\gamma_{10}, \ldots, \gamma_{1p}$ jsou neznámé parametry pro *n* zpožděných hodnot endogenní proměnné a *p* zpoždění exogenní proměnné a u_t je náhodná složka s nulovým podmíněným průměrem, tj. $E(u_t | y_{t-1}, \ldots, y_{t-n}, x_t, x_{t-1}, \ldots, x_{t-p}) = 0$.

Sezónní složka:

- ✓ => deterministická
- ✓ Pokud by byla stochastická => I(d), SI(d,D)
- ✓ D – lze testovat pomocí **HEGY testu**
- ✓ SI(d, D) – časová řada je sezonně integrována řádu d a D
- ✓ SI (1, 1) – musíme sezónně diferencovat jednou a pak ještě normálně jednou => $\Delta\Delta_{12} y_t$

Očištění:

- ✓ Sezónní faktory
- ✓ Meziroční změny

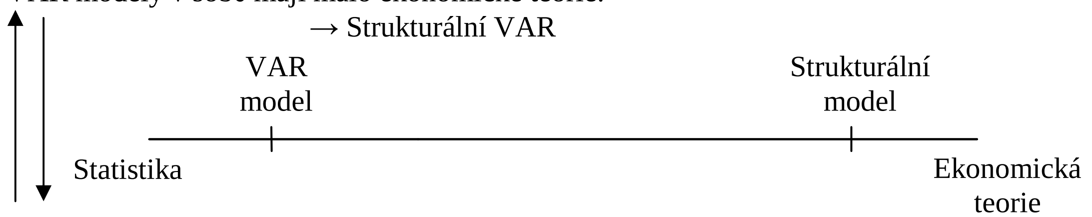
VAR MODEL:

Charakteristika VAR modelu:

- ✓ Modelovaný vztah cenové transmise s použitím ADL modelu opomíjí jeden důležitý ekonomický aspekt vztahů v zemědělsko-potravinářské vertikále, a to že tyto vztahy zřejmě mají simultánní povahu. V případě, že simultánní vztahy ve vertikále existují, což lze předpokládat (viz následující hypotéza), jejich opomenutím se dopouštíme chyby specifikace, která v lepším případě má za důsledek, že ztrácíme důležitou informaci o modelovaném vztahu.
- ✓ Rozšíření ADL modelu
- ✓ Všechny proměnné vystupují v podobě endogenní proměnné
- ✓ Jsou-li proměnné x, y a z, budu uvažovat, že mají mezi sebou simultánní vztah
- ✓ VAR – Vektor Autoregresive Model
- ✓ VAR(1):

$$y = f(y_{t-1} x_{t-1}, z_{t-1})$$
$$x = f(y_{t-1} x_{t-1}, z_{t-1})$$
$$z = f(y_{t-1} x_{t-1}, z_{t-1})$$

- ✓ VAR modely v sobě mají málo ekonomické teorie:



- ✓ VAR(p) modely jsou zobecněním AR modelů na časové řady více proměnných a jejich předností je relativně jednoduchý odhad parametrů metodou nejmenších čtverců. Konstrukce modelů VAR se zpravidla rozpadá do následujících kroků:
  - Transformace dat na stacionární časové řady (testy jednotkových kořenů)
  - Volba proměnných modelu a maximální délky zpoždění
  - Zjednodušení modelu redukcí maximálního zpoždění
  - Ortogonalizace reziduí
- ✓ Model VAR(p) lze zapsat ve formě, přičemž se předpokládá, že $C_S = 0$ pro s > p: $X_t = \eta + \sum_{s=1}^{p} C_s X_{t-s} + U_t$,

  kde X_t reprezentuje k proměnných modelu, tj. v případě dvou proměnných je $X_t = \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \end{bmatrix}$
- ✓ $x_{1t} = \mu_1 + c_{11} x_{1t-1} + c_{12} x_{1t-2} + \ldots + c_{1p} x_{1t-p} + c_{21} x_{2t-1} + \ldots + c_{2p} x_{2t-p} + u_{1t}$

$x_{2t} = \mu_2 + d_{11}x_{1t-1} + ... + d_{1p}x_{1t-p} + d_{2p}x_{2t-1} + ... + d_{2p}x_{2t-p} + u_{2t}$

- ✓ Volba počtu proměnných a délky zpoždění ve VAR modelu, tj. počet k a velikost p, je v praxi často spojena s nutností uvalení nulových restrikcí, a to v závislosti na délce disponibilních časových řad. Například při zahrnutí tří proměnných do VAR modelu a při délce zpoždění 5 období je v každé rovnici odhadováno nejméně 15 parametrů (tj. v případě, že model neobsahuje deterministickou složku).
- ✓ VAR modely se používají maximálně s 5 – 6 proměnnými
- ✓ Vzájemná korelace mezi u_{1t} a u_{2t}, tedy nenulová kovariance => prognóza bude zkreslená
  $Cov(u_{1t}, u_{2t}) \neq 0$

Ortogonalizace reziduí:

- ✓ Odvození „strukturální" alternativy spočívá v transformaci VAR modelu do formy mající „ortogonální inovace" (ortogonalni rezidua). Jinak řečeno model je transformován tak, aby neobsahoval korelované náhodné složky.
- ✓ Postup ortogonalizace reziduí lze názorně demonstrovat na příkladu jednoduchého VAR modelu obsahujícího dvě proměnné x_t a y_t a majícího dvě zpoždění ve VAR prostoru.
  $\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_{t-2} \\ y_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix}$, kde náhodné složky jsou souběžně korelovány, tj.:
  $E(u_{1t}) = E(u_{2t}) = 0; \quad E(u_{1t}^2) = \sigma_{11}; \quad E(u_{2t}^2) = \sigma_{22}; \quad E(u_{1t} \cdot u_{2t}) = \sigma_{12}$
- ✓ Pro získání modelu, ve kterém nebudou náhodné složky souběžně korelovány, lze první řádek vztahu vynásobit
  $\delta = \dfrac{\sigma_{12}}{\sigma_{11}}$ a výsledek odečíst od druhého řádku.
- ✓ $\begin{bmatrix} x_t \\ y_t - \delta x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1^* & d_1^* \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2^* & d_2^* \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_{t-2} \\ y_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t}^* \end{bmatrix}$, kde
  $c_s^* = (c_s - \delta a_s); \quad d_s^* = (d_s - \delta b_s); \quad u_{2t}^* = (u_{2t} - \delta u_{1t})$
- ✓ Souběžnou nezkorelovanost náhodných složek lze dokázat následovně:
  $E(u_{1t} \cdot u_{2t}^*) = E(u_{1t}(u_{2t} - \delta u_{1t})) = E((u_{1t} \cdot u_{2t}) - (\sigma_{12}/\sigma_{11})E(u_{1t}^2)) = \sigma_{12} - \sigma_{12} = 0$
- ✓ Hodnoty σ_{ij} (rozptylů) jsou zpravidla neznámé a musí být odhadnuty. Myšlenka ortogonalizace reziduí spočívá v možnosti využití jednotlivých rovnic VAR modelu odděleně v ekonomické analýze. V tomto smyslu lze ekonomickou analýzu chápat jako analýzu, která se zabývá vlivem známého šoku nebo též „ortogonální inovace" na zkoumaný systém (vztah).
- ✓ VAR → VMA →I-R fci
  VMA – Vektor Moving Average