



EKONOMETRIE

C1 2008-02-18

Podmínky zápočtu:

- ✓ Účast – povolené 2 absence
- ✓ Minimálně 40 bodů ze 100:
 - Projekt – 60 bodů, minimum na uznání 30 bodů, nutno mít uznaný projekt, 10. týden v tištěné podobě, podle šablony, která bude zadána, zdroje literatury a dat, odevzdat také elektronicky – výpočty. Téma každý volí sám, lze v souladu s diplomovou prací, pokud jsou roční data, nutno 12 let, jsou-li měsíční, nutno 36 údajů. Pokud se nepodaří získat 30 bodů, je možná jedna oprava, od vrácení je na opětovné odevzdání 14 dní. Důležité v hodnocení je komentování výsledků, teoretická východiska a hypotézy, ze kterých se vychází.
 - Dva testy – každý po 20 bodech, 4. týden semestru, 9. týden
- ✓ Zápočet nutno nechat zapsat do 2. týdne zkouškového
- ✓ Zkouška – písemná a ústní, z písemné části 50%, u ústní se tahají otázky, zpravidla dvě. Znamka se uděluje také na cvičení, pokud se na cvičení získá 1b, není nutné psát písemnou část. Povolena pouze obyčejná kalkulačka.
- ✓ Konzultační hodiny – ČT 14:00 – 15:30, kroupovaz@pef.czu.cz, l. 2303

MATEMATIKA:

Vektor:

- ✓ Uspořádaná n-tice
- ✓ **Převedení** sloupcového na řádkový – transponování (transpozice)

$$X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} \quad X^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix} \quad X = Y: Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Operace:

- **Sčítání:** $X + Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 10 \\ 8 \end{pmatrix}$

- **Násobení skalárem:** $Z \times Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 10 \\ 8 \end{pmatrix}$

- **Skalární součin X a Y:** $X \times Y = 1 \times 1 + 2 \times 2 + 5 \times 5 + 4 \times 4 = 46$

- ✓ **Lineární závislost a nezávislost** – vektory převedeme na matici a tu pak na trojúhelníkovou:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$c = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & -1 \\ -1 & 2 & 5 \end{vmatrix} \sim \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -9 \\ 0 & 4 & 9 \end{vmatrix} \sim \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & -9 \end{vmatrix} - \text{nejsou lineárně závislé}$$

**Matice:**

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{vmatrix}$$

m – počet řádků, n – počet sloupců, indexy prvků, první je řádek, druhý sloupec

✓ Matice je **čtvercová**, když $m = n$.

✓ Matice **nulová** má všechny prvky rovny nule: $O = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$

✓ Matice **jednotková** má na diagonále jedničky, jinak jsou nuly: $E = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

✓ Matice **trojúhelníková** – pod diagonálou jsou samé nuly \Rightarrow dolní trojúhelníková, nad diagonálou samé nuly \Rightarrow horní trojúhelníková.

✓ Dvě matice jsou si rovny, když jsou si rovny všechny jejich odpovídající prvky.

Operace:

$$A = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 8 \end{vmatrix}$$

• **Sčítání:** $A + B = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 7 & 12 \end{vmatrix}$.

• **Násobení** – $A \times B$ se nerovná $B \times A$

▪ $A \times B = \begin{vmatrix} 16 & 19 \\ 28 & 37 \end{vmatrix}$

16 = první řádek A, první sloupec B = $3 \times 4 + 2 \times 2$

19 = první řádek A, druhý sloupec B

28 = druhý řádek A, první sloupec B

37 = druhý řádek A, druhý sloupec B

▪ $B \times A = \begin{vmatrix} 17 & 12 \\ 46 & 36 \end{vmatrix}$.

▪ Příklady:

▪ $A = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$

$B = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix}$

$A \times B = \begin{vmatrix} 11 & 6 \\ 21 & 10 \end{vmatrix}$

▪ $C = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}$

$D = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$

$C \times D = \begin{vmatrix} 20 & 22 \\ 28 & 20 \end{vmatrix}$

▪ $X = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

$Y = \begin{vmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{vmatrix}$

$X \times Y = \begin{vmatrix} 14 \\ 15 \end{vmatrix}$

▪ $I = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$

$J = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

$I \times J = \text{nelze}$

Druhá matice musí mít právě tolik řádků, kolik má první sloupců

$J^T = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$

Matice inverzní:

$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

$A^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}^{-1} = \frac{1}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{-2} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1/2 & 1/2 \\ 3/2 & -1/2 \end{vmatrix}$

inverzní matice



- Násobení matice maticí inverzní dává jednotkovou matici: $A \times A^{-1} = A^{-1} \times A = E$
- Používá se například pro řešení maticových rovnic:

$$AX = B$$

$$A^{-1}AX = A^{-1}B$$

$$EX = A^{-1}B$$

- Využití také u soustavy lineárních rovnic:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

- Příklad: $AX = B$ $A = \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1/5 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2/5 & 1 \\ 1/5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}B = \begin{bmatrix} 2/5 & 1 \\ 1/5 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16/5 & -9/5 \\ 13/5 & -7/5 \end{bmatrix}$$

- Úpravy:**
 - Prohazování řádků
 - Násobení nebo dělení řádků
 - Sčítat nebo odčítat
 - Nulový řádek lze vynechat

- ✓ **Hodnost matice:** $h(A) = 2$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \end{bmatrix} \quad h(C) = 2$$

- ✓ **Determinant** – zobrazení matice do skaláru

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad D(A) = 5 \times 2 - (-5 \times (-1)) = 5$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ 6 & 7 & -4 & 6 & 7 \end{bmatrix} \quad D(B) = -8 + 90 + 0 - 6 - 70 - 0 = 6$$

Funkce:

- ✓ Mocninné
- ✓ Exponenciální
- ✓ Logaritmické

Derivace:

- ✓ Derivace funkce je směrnice tečny v bodě
- ✓ Příklad:

$$y = 2x^3 + 3x + 6 \quad y' = 6x^2 + 3$$

$$y = \sqrt{x} + 2x^3 \quad y' = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + 6x^2$$



$$y = \frac{3x^3 + 2}{3x^2}$$

$$y' = \frac{9x^2 \times 3x^2 - (3x^3 + 2) \times 6x}{(3x^2)^2}$$

$$y = x^2 \times 3^x$$

$$y' = 2x \times 3^x + x^2 \times 3^x \ln 3$$

✓ Parciální derivace:

$$f(x, y) = 2x^3 y - 4x + y^2 + 3$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 6x^2 y - 4$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2x^3 + 2y$$

Diferenciál:

- ✓ Vyjadřuje změnu závislé proměnné jako funkci změny nezávisle proměnné
- ✓ $df = f'(x) \times \Delta x$

STATISTIKA:

Regresní analýza:

- ✓ Průběh funkcí
- ✓ Metoda nejmenších čtverců – na příště

Korelační analýza:

- ✓ Určuje těsnost závislosti, spolehlivost regrese