



# STATISTICKÁ ANALÝZA DAT

C5

2007-12-04

## Indexní analýza

$$\frac{q_1}{q_0} \quad \frac{p_1}{p_0} \quad \Sigma \frac{q_1}{q_0}$$

Index průměrného složení:  $\frac{p_1}{p_0} = \frac{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1}}{\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0}}$

IPS

Index sledého složení:  $\frac{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1}}{\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0}} (=) \frac{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma q_0}}{\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0}}$

ISS

Index struktury:  $\frac{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1}}{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma q_0}} (=) \frac{\frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma q_1}}{\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0}}$

IST

Př. 4. Ve třech podnicích zabývajících se výkrmem prasat v určité oblasti byla sledována výše průměrného přírůstku v letech 2005 a 2006:

Podnik	Průměrný přírůstek na kus a den v kg		Počet prasat ve výkrmu (ks)	
	2005 $p_0$	2006 $p_1$	2005 $q_0$	2006 $q_1$
A	0,65	0,68	250	280
B	0,64	0,58	230	200
C	0,58	0,66	520	480
			1000	960

Určete:

- jak se změnil celkový průměrný přírůstek v dané oblasti,
- jaký vliv na změnu celkového přírůstku měla změna počtu prasat v jednotlivých podnicích,
- jaký vliv na změnu celkového přírůstku měla změna průměrného přírůstku v jednotlivých podnicích.

a)  $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1} = \frac{(0,68 \cdot 280) + (0,58 \cdot 200) + (0,66 \cdot 480)}{960} = \frac{623,2}{960} \approx 1,062$

IPS =  $\frac{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1}}{\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0}} = \frac{\frac{623,2}{960}}{\frac{(0,65 \cdot 250) + (0,64 \cdot 230) + (0,58 \cdot 520)}{1000}} = \frac{623,2}{960} \cdot \frac{611,3}{1000} \approx 1,062$  růst o 6%

b)  $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1} = \frac{623,2}{960} \approx 1,004$

IST =  $\frac{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1}}{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma q_0}} = \frac{\frac{623,2}{960}}{\frac{646,6}{1000}} \approx 1,004$

$\frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma q_1} = \frac{588,4}{960} \approx 1,003$

IST =  $\frac{\frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma q_1}}{\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0}} = \frac{\frac{588,4}{960}}{\frac{611,3}{1000}} \approx 1,003$





$$c) \quad \text{ISS} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} = \frac{623,2}{960} = 1,059 \quad \text{ISS} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum q_0} = \frac{646,6}{1000} = 1,058$$

$$\frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{588,4}{960} \quad \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{611,3}{1000}$$

$$d) \text{ Změna počtu prarát: } \frac{\sum q_1}{\sum q_0} = \frac{960}{1000} = 0,96$$

Podnik	$\frac{q_1}{q_0}$	$q_1 - q_0$	$\frac{p_1}{p_0}$
A	$\frac{q_1}{q_0} = \frac{280}{250} = 1,12$	$q_1 - q_0 = 280 - 250 = +30$	$\frac{p_1}{p_0} = \frac{0,68}{0,65} = 1,046$
B	$\frac{q_1}{q_0} = \frac{200}{230} = 0,869$	$q_1 - q_0 = 200 - 230 = -30$	$\frac{p_1}{p_0} = \frac{0,58}{0,64} = 0,906$
C	$\frac{q_1}{q_0} = \frac{480}{520} = 0,923$	$q_1 - q_0 = 480 - 520 = -40$	$\frac{p_1}{p_0} = \frac{0,66}{0,58} = 1,138$

**Problémy výpočtu:** - Správně označit  $p$  a  $q$ .  
- Správně vybrat vzorec.

**Př.** 3. Máme údaje o počtu pracovníků a vyrobené produkci ve dvou měsících v podniku, který má 3 provozovny:

Provozovna	Počet pracovníků $q$		Celková produkce – počet vyrobených kusů (tis. ks) $pq$		$p_0$	$p_1$
	říjen $q_0$	prosinec $q_1$	říjen $p_0 q_0$	prosinec $p_1 q_1$	list.	proč.
A	20	18	250	234	12,5	13
B	35	40	427	490	12,2	12,25
C	40	36	532	486	13,3	13,5

Určete:

- jak se změnila celková produktivita práce v podniku,
- jak byla změna celkové produktivity práce ovlivněna změnou počtu pracovníků v jednotlivých provozovnách,
- jak byla změna celkové produktivity práce ovlivněna změnou produktivity práce v jednotlivých provozovnách.

$$a) \quad \text{IPS} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} = \frac{1210}{94} = 1,011$$

$$\frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{1209}{94}$$

$$b) \quad \text{IST} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_0} = \frac{1210}{1228,75} = 0,995 \quad \text{IST} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{1191,8}{1209} = 0,996$$

$$\frac{\sum q_1}{\sum q_0} = \frac{94}{95}$$





c)

$$ISS = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{1210}{94} = 1,015$$
$$ISS = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{1228,75}{95} = 1,016$$

**Př.** 5. Na základě údajů o počtech pracovníků a mzdách ve třech dílnách v podniku v letech 2005 a 2006 vyjádřete, jaký vliv na změnu průměrné mzdy v podniku měla změna průměrných mezd v jednotlivých dílnách.

Dílna	Počet pracovníků		Měsíční objem vyplacených mezd	Změna průměrné mzdy v roce 2006 oproti roku 2005
	2005 $q_0$	2006 $q_1$	2005 $p_0 q_0$	
A	240	280	4368000	1,06
B	160	140	2800000	1,08
C	140	156	2688000	1,01

$$P_1 q_0 \Rightarrow \cancel{p_0 q_0} \cdot \frac{P_1}{p_0} \Rightarrow \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{10.368.960}{9.856.000} = 1,052$$

**Př.** 6. V letech 2005 a 2006 byl sledován průměrný hektarový výnos pšenice v třech farmách zemědělského podniku:

Farma	Sklizňové plochy pšenice v ha		Průměrný hektarový výnos pšenice (t/ha)	
	2005 $p_0$	2006 $p_1$	2005 $q_0$	2006 $q_1$
A	25	32	4,2	4,4
B	28	30	3,7	3,9
C	30	26	4,4	4,1

Vyjádřete:

- změnu průměrného hektarového výnosu pšenice v podniku celkem,
- jaký vliv na celkovou změnu průměrného hektarového výnosu pšenice měla změna sklizňových ploch na jednotlivých farmách,
- jaký vliv na celkovou změnu průměrného hektarového výnosu pšenice měla změna průměrných hektarových výnosů pšenice na jednotlivých farmách,
- jak se změnil průměrný hektarový výnos na jednotlivých farmách.

Vypočty jako př. 4.

**Př.** 7. Z údajů o výši průměrných mezd a počtu pracovníků ve třech opravárenských dílnách vyjádřete, jaký vliv na celkovou změnu průměrné mzdy měla změna průměrných mezd v jednotlivých dílnách.

Dílna	Průměrná mzda pracovníků v Kč		Počet pracovníků	
	2005 $p_0$	2006 $p_1$	2005 $q_0$	2006 $q_1$
A	15000	16200	25	25
B	18500	18700	28	30
C	16800	19200	45	40

Vypočty jako př. 4.





**Př.** 8. Máme údaje o sklizni brambor ze dvou oblastí:

Oblast	Sklizňové plochy brambor v ha		Sklizeň brambor v t	
	2001 $p_0$	2002 $p_1$	2001 $p_0 q_0$	2002 $p_1 q_1$
A	134670	131747	2760735	2516368
B	65341	67217	1012785	1102359

Určete:

- jak se změnil sklizňové plochy brambor v jednotlivých oblastech a celkem
- jak se změnil hektarový výnos brambor v jednotlivých oblastech a celkem
- jak byla změna hektarového výnosu ovlivněna samotnou změnou hektarového výnosu v jednotlivých oblastech
- jak byla změna hektarového výnosu ovlivněna změnou struktury sklizňových ploch v jednotlivých oblastech

Výpočty jako př. 4.

**Př.** 2. Vývoj sklizně brambor v určité oblasti je vyjádřen řadou řetězových indexů. Vypočítejte z této řady absolutní objem sklizně v roce 2002 a v roce 2004, víte-li že objem sklizně v roce 2006 dosáhl výše 4214 tun

Rok	2003 $q_1$	2004 $q_2$	2005 $q_3$	2006 $q_4$
Stav v předchozím roce = 1 ( $q_0$ )	1,006	0,889	0,788	1,182

$$\frac{q_4}{q_3} = 1,182 \Rightarrow q_4 = 4214$$

$$q_3 = 4214 : 1,182 = 3565,144$$

$$\frac{q_3}{q_2} = 0,788 \Rightarrow q_3 = 3565,144$$

$$q_2 = 3565,144 : 0,788 = 4524,294$$

$$\frac{q_2}{q_1} = 0,889 \Rightarrow q_2 = 4524,294$$

$$q_1 = 4524,294 : 0,889 = 5089,195$$

$$\frac{q_1}{q_0} = 1,006 \Rightarrow q_1 = 5089,195$$

$$q_0 = 5089,195 : 1,006 = 5058,842$$

NEBO

$$\frac{q_4}{q_0} = \frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{q_2}{q_1} \cdot \frac{q_3}{q_2} \cdot \frac{q_4}{q_3} = 1,006 \cdot 0,889 \cdot 0,788 \cdot 1,182 = 0,833$$

$$4214 : 0,833 = 5058,842$$

**Př.** 10. Z řady bazických indexů popisujících vývoj počtu nezaměstnaných v určité oblasti vyjádřete indexy řetězové.

Rok	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
$y_t/y_0$	1	1,05	1,11	1,16	1,14	1,18	1,21	1,23	1,20

Máme:  $\frac{q_1}{q_0}, \frac{q_2}{q_0}, \frac{q_3}{q_0} \dots$

Chceme:  $\frac{q_1}{q_0}, \frac{q_2}{q_1}, \frac{q_3}{q_2} \dots$

$$\frac{q_2}{q_0} : \frac{q_1}{q_0} = \frac{q_2}{q_0} \cdot \frac{q_0}{q_1} = \frac{q_2}{q_1}$$





Rok	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
$y_i/y_0$	1	1,05	1,11	1,16	1,14	1,18	1,21	1,23	1,20

	$\frac{q_0}{q_0}$	$\frac{q_1}{q_0}$	$\frac{q_2}{q_0}$	$\frac{q_3}{q_0}$	...
$\frac{q_i}{q_{i-1}}$	1	1,05	1,057	1,045	
			↓	↓	

1,11:1,05    1,16:1,11

## Cenové indexy

Index hodnotový

$$\downarrow \text{IH}$$

$$\frac{\sum c_1 q_1}{\sum c_0 q_0}$$

Index cenový

$$\downarrow \text{IC}$$

$$\frac{\sum c_1 q_1}{\sum c_0 q_1}$$

Index fyzického objemu

$$\downarrow \text{IFO}$$

$$\frac{\sum c_0 q_1}{\sum c_0 q_0}$$

$$= \frac{\sum c_1 q_0}{\sum c_0 q_0} \cdot \frac{\sum c_1 q_1}{\sum c_1 q_0}$$

↓  
mění ceny

↓  
vyjadřuje vliv změny množství na cenu

**Př.** 14. O vývoji cen a tržbách za tři mražené výrobky v prodejním stánku máme za první dvě čtvrtletí roku 2007 následující údaje:

Výrobek	Hmotnost balení	Ceny (Kč)		Tržby (Kč)	
		1. čtvrtletí $c_0$	2. čtvrtletí $c_1$	1. čtvrtletí $c_0 q_0$	2. čtvrtletí $c_1 q_1$
Zmrzlina borůvková	250 gr	19	22	7980	8360
Zmrzlina jogurtová	350 gr	26	18	3328	4752
Zmrzlina vanilková	125 gr	6	12	3360	2880

Vyjádřete:

14.668    15.992

- změnu celkových tržeb,
- jaký vliv na změnu celkových tržeb měla změna cen jednotlivých výrobků,
- jaký vliv na změnu celkových tržeb měla změna prodaného množství jednotlivých výrobků,
- jak se změnilo prodané množství jednotlivých výrobků,
- pomocí Bortkiewiczova rozkladu vysvětlíte příčinu rozdílu mezi Laspeyresovým a Paascheho cenovým indexem.

	$q_0$	$q_1$	$c_1 q_0$	$c_0 q_1$
	420	380	9.240	7.220
	128	264	2.304	6.864
	560	240	6.720	1.440
			18.264	15.524





$$a) \frac{\sum c_1 q_1}{\sum c_0 q_0} = \frac{15.992}{14.668} = 1,09 \rightarrow \text{růst o } 9\%$$

Čím je to způsobeno: - selupní data

- záporná korelace = čím je dražší, tím méně kupuji

$$b) \frac{\sum c_1 q_1}{\sum c_0 q_1} = \frac{15.992}{15.524} = 1,030 \quad \text{Paascheho cenový index}$$

$$\frac{\sum c_1 q_0}{\sum c_0 q_0} = \frac{18.264}{14.668} = 1,245 \quad \text{Laspeyresův cenový index}$$

$$c) \frac{\sum c_1 q_1}{\sum c_1 q_0} = \frac{15.992}{18.264} = 0,875$$

Fisherův index:

$$\frac{\sum c_0 q_1}{\sum c_0 q_0} = \frac{15.524}{14.668} = 1,058$$

$$\sqrt{\frac{\sum c_1 q_1}{\sum c_1 q_0} \cdot \frac{\sum c_1 q_0}{\sum c_0 q_1}} = 1,132$$

Co se podílí na rozdílu: - variabilita v cenách

- variabilita v množstvích

- vztah mezi proměnnými

$$d) \frac{q_1}{q_0} = \frac{380}{420} = 0,905$$

$$\frac{q_1}{q_0} = \frac{264}{128} = 2,062$$

$$\frac{q_1}{q_0} = \frac{240}{560} = 0,428$$

e) DÚ

**Př.** 15 Na základě údajů o tržbách a změnách prodaného množství vyjádřete, jak se na změně celkových tržeb podílela změna cen jednotlivých výrobků.

Výrobek	Tržby v roce 2006 (Kč) $C_1 P_1$	Změna prodaného množství v roce 2006 oproti roku 2005 $\frac{q_1}{q_0}$
A	156200	0,98
B	1863500	1,12
C	9500	1,35

Příklad chybí zadání, aby bylo možné vypočítat, musela by být změna cen a NE změna prodaného množství!





**Př.** 17. Na základě údajů o tržbách a změně cen tří druhů venkovní dlažby vyjádřete:

- celkovou změnu tržeb,
- jak se na celkové změně tržeb podílela změna cen jednotlivých druhů venkovní dlažby,
- jak se na celkové změně tržeb podílela změna prodaného množství jednotlivých druhů venkovní dlažby.

Dlažba	Tržby ( Kč)		Změna cen v květnu oproti dubnu
	Duben <i>C<sub>990</sub></i>	Květen <i>C<sub>991</sub></i>	
Alto	256000	248200	1,15
Bruno	320000	364800	0,98
Maron	156000	162000	1,42

*Další příklady:*

1. Z údajů o televizním vysílání v letech 2004 a 2005 vyjádřete změny hodin vysílání a změny struktury vysílání jednotlivých pořadů ve veřejnoprávních a soukromých televizních stanicích a dále porovnejte rozdíly ve struktuře vysílání těchto stanic.

Ukazatel	2004		2005	
	veřejno- právní	soukromé	veřejno- právní	soukromé
Televizní vysílání celkem (hod.)	17 568	280 462	17 520	324 789
Počet hodin vysílaných pořadů				
zpravodajské	3637	62263	3907	88018
vzdělávací	755	4768	666	3897
kulturní	4199	31692	4345	28906
zábavné	7625	117514	7341	142582
náboženské	123	280	105	1949
reklamní	176	11218	175	11368
teleshopping	492	4207	280	3897
ostatní	562	48520	701	44171

9. Na základě údajů z výkrmu prasat v podniku, který má 3 farmy, vyjádřete, jaký vliv na celkovou průměrného přírůstek v podniku měla změna průměrných přírůstků na jednotlivých farmách.

Farma	Počet zvířat ve výkrmu		Celkový denní přírůstek (kg)	Změna průměrného přírůstku v roce 2006 oproti roku 2005
	2005	2006		
A	170	150	127,5	1,25
B	140	160	95,2	0,98
C	220	230	154	1,15

11. Vypočítejte, jak se v dubnu 2007 oproti březnu 2007 změnily tržby maloobchodní prodejny a jak byla tato změna ovlivněna změnou cen a změnou prodaného množství. Dále popište změnu prodaného množství a změnu cen jednotlivých výrobků.

Zboží	Měrová jednotka	Prodané množství za měsíc		Tržby za měsíc	
		březen	Duben	březen	Duben
A	Kg	1000	1250	10000	10000
B	Kus	2000	2200	200000	266200





12. Na základě následujících údajů posuďte změnu úrovně tržeb za zeleninu v roce 2006 oproti roku 2005. Vypočítejte, jak se na této změně podílela změna cen a jak změna prodaného množství zeleniny.

Druh zeleniny	Změna v roce 2006 oproti roku 2005		Tržby v roce 2006 (tis.Kč)
	ceny	Množství	
cibule	1,22	0,72	124
kapusta	0,94	1,74	74
zelí	1,01	1,10	290

13. Vypočítejte, jaký vliv na celkovou změnu tržeb měla změna cen zeleniny v roce 2006 oproti roku 2005 :

Druh zeleniny	Změna cen v roce 2006 oproti roku 2005	Tržby v tis. Kč	
		2005	2006
Cibule	1,8	210	325
Mrkev	2,1	210	95
Květák	1,6	180	428
Celer	1,7	84	156

16. O vývoji cen a prodaném množství za tři nápoje v prodejně máme za měsíce květen a červen roku 2007 následující údaje:

Nápoj	Cena (Kč)		Prodané množství (kusy)	
	květen	červen	květen	červen
Pivo	10,5	10,5	320	360
Pomerančový džus	22,9	20,5	415	480
Multivitaminový nápoj	25,6	30,5	250	180

Vyjádřete:

- změnu celkových tržeb za vybrané nápoje,
- změnu cen a změnu prodaného množství jednotlivých nápojů,
- jak se na celkové změně tržeb podílela změna cen jednotlivých nápojů,
- jak se na celkové změně tržeb podílela změna prodaného množství jednotlivých nápojů.

18. Na základě údajů uvedených v příkladu 15 vyjádřete Laspeyresův a Paascheho cenový index a pomocí Bortkiewiczova rozkladu vysvětlete příčinu rozdílu mezi jejich hodnotou.