

SOFTWAREVÉ APLIKACE METOD OPERAČNÍHO VÝZKUMU

P2
2007-02-28

FORMALIZAČNÍ NÁSTROJE PRO PROJEKTOVÉ ŘÍZENÍ – SÍŤOVÝ GRAF, LINEÁRNÍ DIAGRAM:

Graf jako matematická struktura – dvojice u a E , kde u je množina vrcholů a E je množina neuspořádaných dvojic prvků množiny u .

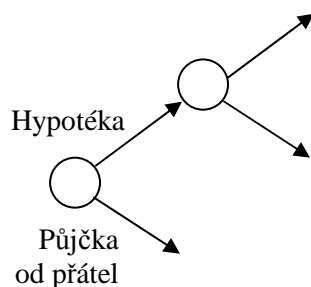
$$G = (u, E)$$

Sít' – graf je sítí, když je:

- ✓ Konečný – množina vrcholů je konečná.
- ✓ Souvislý
- ✓ Orientovaný – každá hrana má svůj směr, lze určit počáteční a koncový uzel.
- ✓ Acyklický – čas nelze vrátit zpět.
- ✓ Má jeden počátek a jeden konec.

Dva základní **typy sítí v projektovém řízení**:

- ✓ **AOA** – Activity on Arc, činnost na hraně:
 - Znamená, že hrany v uzlu reprezentují činnosti a uzly jsou spojnice mezi nimi.
 - Stavba domu:



- 1901 – založena společnost pro projektové řízení a poté byly výhradně používány tyto grafy.
- Snadno se počítají, mají úzkou návaznost na ostatní grafové algoritmy.
- Špatně se konstruují a neumožňují konstruovat jiný typ vazby než finish to start.
- ✓ **AON** – Activity on Node, činnost v uzlu:
 - S rozvojem počítačů v 80. letech 20. století.
 - Jednotlivé úkoly jsou reprezentovány uzly a hrany představují vazby mezi nimi.
 - Jsou přehledné a snadno se konstruují.
 - Myšlení v tomto stylu máme „dané“.
 - Velká výpočetní náročnost.

Grafy mohou být:

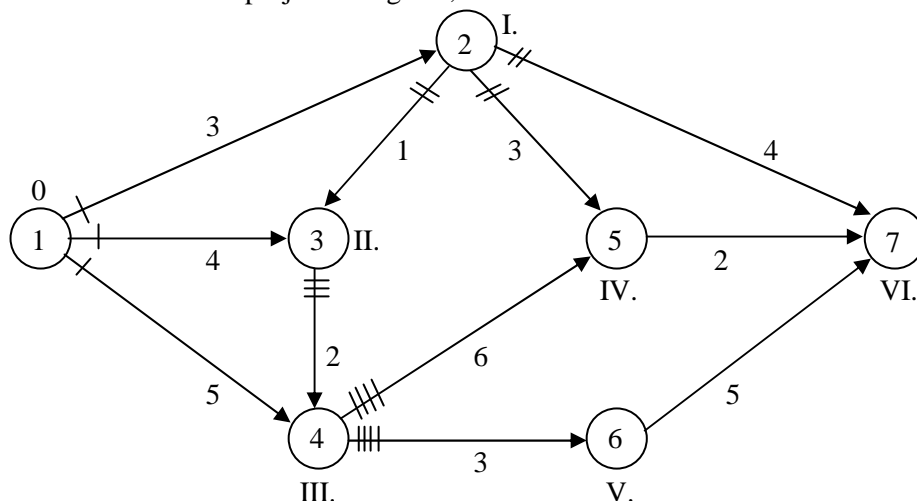
- ✓ Deterministické
- ✓ Stochastické
- ✓ Fuzzy

Grafy mohou být:

- ✓ Deterministické, stochastické nebo fuzzy **ohodnocením**:
 - **Deterministický** – přesně známá doba úkolů.
 - **Stochastický** – doba trvání činnosti je dána náhodnou veličinou s normálním rozdělením pravděpodobnosti.
 - **Fuzzy** – doba trvání činnosti je dána fuzzy číslem, charakterizována funkcí. Teorie chaosu je postavena na fuzzy matematice. Operuje s veličinami jako je „možnost“.
- ✓ Deterministické nebo stochastické co do **struktury**:
 - **Deterministický** – množina vrcholů a hran je pevně dána a všechny činnosti se určitě realizují.
 - **Stochastický** – ne všechny činnosti se musí realizovat.

Metoda CPM:

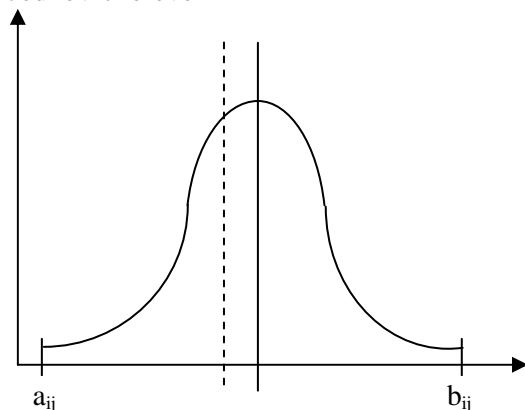
- ✓ Deterministická struktura a deterministické ohodnocení:
- ✓ Základní metoda pro projekty.
- ✓ **Úkol** – nalezení kritické cesty grafu.
- ✓ **Kritická cesta grafu** – nejdelší posloupnost činností a zároveň její délka určuje nejkratší dobu trvání projektu.
- ✓ **Celková rezerva** je vždy rozdíl mezi nejdříve a nejpozději možným počátkem činnosti.
- ✓ **Postup:**
 - **Graf** – formalizace projektu do grafu, software.



- **Očíslování uzlů:**
 - Metoda přeškrtavání hran – z počátečního uzlu. Škrtneme k+1 hran. Uzel je řádu k, jestliže do něj vstupují nejvíce k-krát škrtnuté hrany.
 - Řád uzlu – maximální počet hran spojujících daný uzel s počátkem.
 - Očíslování uzlů – podle řádů.
- **Aplikování metody CPM:**
 - Vpřed – T_i^0 – nejdříve možná realizace, T_i^1 – nejpozději možná realizace, t_{ij} – doba trvání.
 - *Realizace uzlu* – okamžik, ve kterém skončí všechny činnosti, které vstupují a zároveň může začít první činnost, která z uzlu vychází.
 - $T_i^0 = 1$
 $T_j^0 = \max (T_i^0 + t_{ij})$
 $T_n = T_n^0$
 - Vzad – výpočet nejpozdějších realizací uzlu:
 - $T_n^1 = T_n$
 $T_i^1 = \min (T_j^1 - t_{ij})$
- **Kritická cesta** – vede uzly s nulovou interferenční rezervou:
Rezerva interferenční $R_i = T_i^1 - T_i^0 = 0$
- **Analýza (výpočet) rezerv** = podkritických činností:
Rezervy:
 - Celková: $T_{ij}^C = T_j^1 - (T_i^0 + t_{ij})$
O kolik je možno prodloužit činnost nebo zpozdit její začátek, aniž by se změnil čas dokončení projektu.
 - Volná: $T_{ij}^V = T_j^0 - (T_i^0 + t_{ij})$
O kolik je možno prodloužit činnost nebo zpozdit její začátek, aniž by došlo k posunutí počátku činnosti bezprostředně následující.
 - Nezávislá: $T_{ij}^N = T_j^0 - (T_i^1 + t_{ij})$
O kolik je možno zpozdit počátek činnosti oproti nejpozději možné realizaci výchozího uzlu, aniž by došlo ke zpoždění činnosti následující (termínu projektu). Jako jediná může být záporná.
 - Závislá (zvláštní): $T_{ij}^Z = T_j^1 - (T_i^1 + t_{ij})$
Ohrožuje termín dokončení celého projektu
- **Výpočet lhůtových ukazatelů:**
 - Nejdříve možný začátek: $t_i^0 = T_i^0$
 - Nejdříve možný konec: $t_j^0 = T_i^0 + t_{ij}$
 - Nejpozději možný začátek: $t_i^1 = T_j^1 - t_{ij}$
 - Nejpozději možný konec: $t_j^1 = T_j^1$

Metoda PERT:

- ✓ Deterministická struktura a stochastické ohodnocení:
- ✓ **Úkol** je zadán:
 - Optimistickou dobou trvání a_{ij} , doba trvání nemůže být kratší než a_{ij} .
 - Nejpravděpodobnější doba trvání m_{ij} .
 - Pesimistická doba trvání b_{ij} .
- ✓ **Doba trvání** je tedy náhodná veličina s rozdělením pravděpodobnosti β , protože β je:
 - Ohraničené – na kratší než a_{ij} a ne delší než b_{ij} .
 - Mírně asymetrické
 - Jednovrcholové



- $\alpha = 1 + \sqrt{2}$
- $\beta = 1 - \sqrt{2}$
- $\bar{t}_{ij} = \mu(t_{ij}) = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6}$
- $\sigma^2(t_{ij}) = \frac{(b_{ij} - a_{ij})^2}{36}$

- ✓ **Cíl** – výpočet očekávané kritické cesty (ACP) a statistická charakteristika ukazatelů z metody CPM (rezerv, začátků, konců atd.).

Metoda GERT:

- ✓ Stochastická struktura a deterministické ohodnocení:
- ✓ Používá tzv. **zobecněný síťový graf**, který předpokládá, že nemusí být splněna konjunktivita vstupu uzlu, tedy že ne všechny hrany se musí realizovat.
- ✓ **Typy uzlů z hlediska vstupu:**

- **Konjunktivní** – uzel se realizuje, když se realizují hrany, které v něm končí.



- **Inkluzivní** – uzel se realizuje tehdy, když se realizuje alespoň jedna z hran, která v něm končí.



- **Disjunktivní (exkluzivní)** – uzel se realizuje tehdy, když se realizuje právě jedna hrana, která v něm končí.



- ✓ **Typy uzlů z hlediska výstupu:**

- **Deterministický** – určité se realizují všechny hrany, které z něj vystupují.



- **Stochastický** – hrany se realizují pouze s určitou pravděpodobností.



- ✓ **Uzly:**

- Konjunktivně deterministický:



- Inkluzivně deterministický:



- Disjunktivně deterministický:



- Konjunktivně stochastický:



- Inkluzivně stochastický:



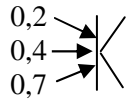
- Disjunktivně stochastický:



- ✓ **Každá hrana musí být ohodnocena:**

- Dobou trvání.

- Podmíněnou realizací hrany $ij - P_{ij}$
 P_{ij} je podmíněna realizací výchozí uzlu \Rightarrow výsledná pravděpodobnost realizace hrany $P_{ij} = P_j \times p_{ij}$
- **Výpočet P_j – uzly:**
 - Konjunktivní: $P_j = \prod_{i \in P_j} P_{ij}$
 - Inkluzivní: $P_j = 1 - \prod_{i \in P_j} (1 - P_{ij})$
 - Disjunktivní: $P_j = \sum_{i \in P_j} P_{ij} \prod_{\substack{k \neq i \\ k \in P_j}} (1 - P_{kj})$



$$P = 0,2 \times (1 - 0,4) \times (1 - 0,7) + 0,4 \times (1 - 0,2) \times (1 - 0,7) + 0,7 \times (1 - 0,4) \times (1 - 0,2)$$

CPM a PERT: $T_j^0 = \max (T_i^0 + t_{ij})$

GERT: $T_j^0 = \max (T_i^0 + t_{ij}) \times P_{ij}$