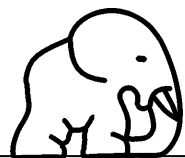


Provozně-ekonomická fakulta

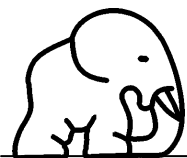
Výroba dřevěných hraček

Domácí úkol z předmětu
Systémová analýza a modelování



1. Obsah

	Strana
1. Obsah	2
2. Popis vybrané oblasti reálného světa	3
3. Zavedení systému	4
3.1 Diagram	4
3.2 Proměnné	4
4. Odvození modelu lineárního programování	5
4.1 Ohodnocení proměnných	5
4.2 Omezující podmínky	5
4.3 Účelová funkce	6
5. Výpočet a analýza modelu lineárního programování	7
5.1 Výchozí simplexová tabulka	7
5.2 Výpočet	7
5.3 Rozbor výsledků	8
6. Návrh na zavedení získaných poznatků	9
6.1 Zvýšení kapacity řezačky	9
6.2 Zrušení požadavku výroby	9
6.3 Výroba figurek slonů	10
7. Návrh na zavedení získaných poznatků	11

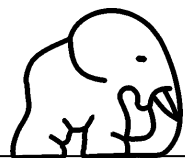


2. Popis vybrané oblasti reálného světa

Podnik Manufaktura vyrábí dřevěné hračky. Opracované dřevo odebírá od dodavatelů a umísťuje ho do skladu. Ze skladu je dřevo vyskladňováno k rozřezání na menší hranoly, přičemž dochází ke ztrátám 15%. Náklady na rozřezání jedné tuny dřeva jsou 120 Kč. Řezačka má kapacitu 20 tun za den.

Z rozřezaného dřeva se vyrábí dřevěné figurky slonů. Náklady na zpracování jedné tuny dřeva jsou 200 Kč. Odpad při výrobě figurek tvoří 30%. Z tohoto odpadu se vyrábí barevné hranoly, které jsou součástí dřevěné stavebnice.

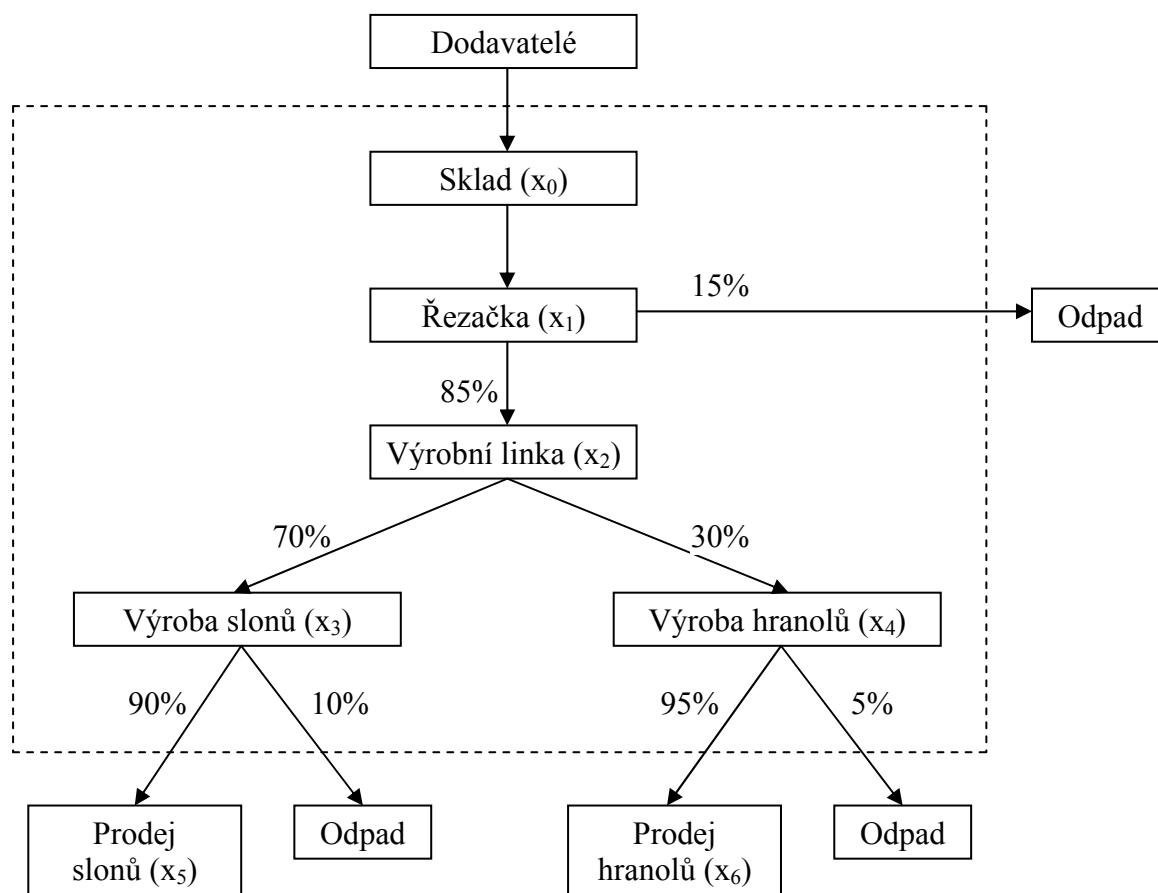
Při výrobě slonů dochází ke ztrátám 10%. Náklady na výrobu jsou 1.300 Kč/t a tržby 2.200 Kč/t. Při výrobě hranolů do stavebnice jsou ztráty 5%, náklady na výrobu 800 Kč/t a tržby 2.000 Kč/t.



3. Zavedení systému

3.1 Diagram

Pro snadnější pochopení problematiky zavedeme systém, tedy sestavíme diagram:

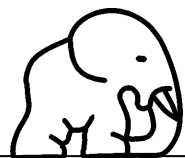


Obr. 1 – Diagram.

3.2 Proměnné

Na základě zavedeného systému je možno odhadnout a pojmenovat jednotlivé proměnné:

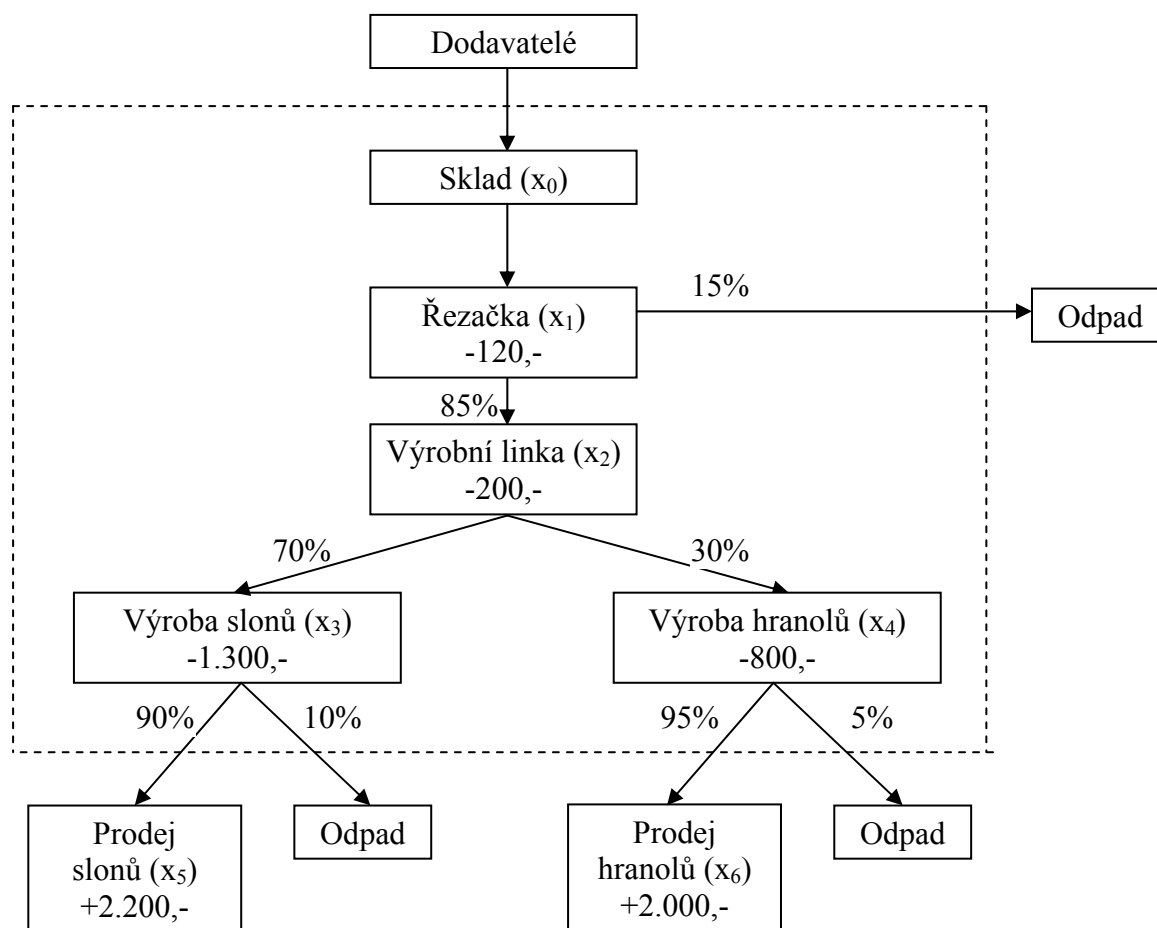
x_0	Sklad
x_1	Řezačka
x_2	Výrobní linka
x_3	Výroba slonů
x_4	Výroba hranolů do stavebnice
x_5	Prodej slonů
x_6	Prodej hranolů (stavebnic)



4. Odvození modelu lineárního programování

4.1 Ohodnocení proměnných

Po zavedení systému jednotlivé proměnné ohodnotíme:

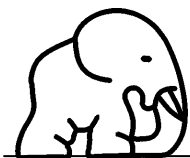


Obr. 2 – Diagram s ohodnocenými proměnnými.

4.2 Omezující podmínky

Na základě zavedeného systému s ohodnocenými proměnnými lze určit omezující podmínky:

- | | |
|--|-----------------|
| 1. Řezačka má kapacitu 20 tun za den | $x_1 < 20$ |
| 2. Z řezačky do výrobní linky pokračuje 85% | $x_2 < 0,85x_1$ |
| 3. Z výrobní linky pokračuje 70% na výrobu slonů | $x_3 < 0,7x_2$ |
| 4. Z výrobní linky pokračuje 30% na výrobu hranolů | $x_4 < 0,3x_2$ |
| 5. Prodej 90% slonů | $x_5 < 0,9x_3$ |
| 6. Prodej 95% hranolů (stavebnic) | $x_6 < 0,95x_4$ |



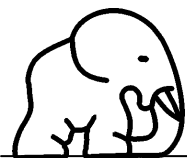
Sestavené omezující podmínky pro usnadnění výpočtu dále upravíme:

1.	$x_1 < 20$	4.	$-0,3x_2 + x_4 < 0$
2.	$-0,85x_1 + x_2 < 0$	5.	$-0,9x_3 + x_5 < 0$
3.	$-0,7x_2 + x_3 < 0$	6.	$-0,95x_4 + x_6 < 0$

Obr. 3 – Omezující podmínky.

4.3 Účelová funkce

V dalším kroku je nezbytné stanovit účelovou funkci pro maximalizaci tržeb. Funkce má tvar:
 $-120x_1 - 200x_2 - 1.300x_3 - 800x_4 + 2.200x_5 + 2.000x_6 \rightarrow \max$



5. Výpočet a analýza modelu lineárního programování

5.1 Výchozí simplexová tabulka

Na základě modelu lineárního programování, který byl odvozen v kapitole 4, můžeme omezující podmínky a účelovou funkci zadat do programu Linea.

Získáme výchozí simplexovou tabulku:

maximization		-120	-200	-1300	-800	2200	2000		
Base		x1	x2	x3	x4	x5	x6	b	omega
		1	0	0	0	0	0	20	
		-0.85	1	0	0	0	0	0	
		0	{-7/10}	1	0	0	0	0	
		0	-0.3	0	1	0	0	0	
		0	0	{-9/10}	0	1	0	0	
		0	0	0	{-19/20}	0	1	0	
Zj - Cj									

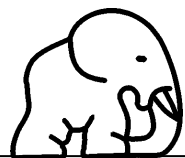
Obr. 4 – Výchozí simplexová tabulka.

5.2 Výpočet

Pro výpočet vybraného modelu použijeme program Linea. Program provede celkem 12 kroků výpočtu. V posledním kroku získáme výslednou simplexovou tabulku:

		-120	-200	-1300	-800	2200	2000	0	0	0	0	0	0	
Base		x1	x2	x3	x4	x5	x6	Slack1	Slack2	Slack3	Slack4	Slack5	Slack6	b
-120	x1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	20
-200	x2	0	1	0	0	0	0	0.85	1	0	0	0	0	17.0
-1300	x3	0	0	1	0	0	0	0.595	(7/10)	1	0	0	0	11.9
-800	x4	0	0	0	1	0	0	0.255	0.3	0	1	0	0	5.1
2200	x5	0	0	0	0	1	0	0.5355	(63/100)	(9/10)	0	1	0	10.71
2000	x6	0	0	0	0	0	1	0.24225	0.285	0	(19/20)	0	1	4.845
Zj - Cj		0	0	0	0	0	0	395.1	606.0	680	1100	2200	2000	7902.0

Obr. 5 – Výsledná simplexová tabulka.



5.3 Rozbor výsledků

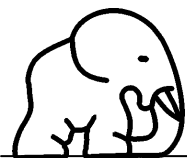
Z výsledné simplexové tabulky je patrné, že ze skladu do řezačky jde maximální možné denní množství, tedy plných 20 tun. Při nákladu 120 Kč/t tvoří celkové náklady na rozřezání 2.400 Kč.

Na výrobní linku pokračuje z původních 20 tun pouze 17 a zbylé 3 tuny tvoří odpad. Jestliže víme, že náklady na zpracování jedné tuny činí 200 Kč, budou celkové náklady dosahovat výše 3.400 Kč.

Z 11,9 tun se pak vyrábí figurky slonů a z 5,1 tun hranoly do dřevěné stavebnice. Náklady na výrobu jedné tuny slonů činí 1.300 Kč a celkové náklady tedy na výrobu figurek slonů budou 15.470 Kč. Stejně tak lze zjistit, že při nákladech 800 Kč na výrobu jedné tuny hranolů do stavebnice budou celkové náklady na výrobu tohoto produktu činit 4.080 Kč.

Prodáno bude celkem 10,71 tun figurek slonů, což při tržbě 2.200 Kč/t bude činit celkovou tržbu za figurky 23.562 Kč. Na prodej půjde také 4,845 tun hranolů stavebnice. Tržba za jednu tunu hranolů činí 800 Kč, proto celkové tržby za prodej hranolů do stavebnic dosáhnou výše 3.876 Kč.

Hodnota účelové funkce je 7.902 a tedy celkové tržby za oba produkty dosáhnou výše 7.902 Kč. O tomto řešení lze prohlásit, že je optimální. Jelikož však nemáme informaci o ceně, za kterou je nezpracované dřevo nakupováno, není možné přesně určit, jakého denního zisku firma dosahuje.



6. Návrh na zavedení získaných poznatků

6.1 Zvýšení kapacity řezačky

Existuje několik možností, jak výrobu hraček modifikovat. Jednou z možností je například zvýšení kapacity řezačky. Z výsledků je patrné, že firma plně využívá kapacitu řezačky i výrobní linky a při současném stavu tedy nemůže dosáhnout vyšších tržeb.

Úsudkem lze zjistit, že při zdvojnásobení kapacity řezačky, by se také zdvojnásobily tržby. Tuto domněnku lze potvrdit také úpravou první omezující podmínky na $x_1 < 40$ a následným přepočítáním. Lze tak zjistit, že denní tržby by dosahovaly výše 15.804 Kč.

		-120	-200	-1300	-800	2200	2000	0	0	0	0	0	0	
Base		x1	x2	x3	x4	x5	x6	Slack1	Slack2	Slack3	Slack4	Slack5	Slack6	b
-120	x1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	40
-200	x2	0	1	0	0	0	0	0.85	1	0	0	0	0	34.0
-1300	x3	0	0	1	0	0	0	0.595	(7/10)	1	0	0	0	23.8
-800	x4	0	0	0	1	0	0	0.255	0.3	0	1	0	0	10.2
2200	x5	0	0	0	0	1	0	0.5355	(63/100)	(9/10)	0	1	0	21.42
2000	x6	0	0	0	0	0	1	0.24225	0.285	0	(19/20)	0	1	9.69
Zj - Cj		0	0	0	0	0	0	395.1	606.0	680	1100	2200	2000	15804.0

Obr. 6 – Výsledná simplexová tabulka při zdvojnásobení kapacity řezačky.

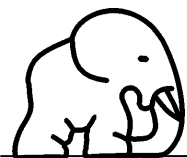
6.2 Zrušení požadavku výroby

Další možností je například zrušení požadavku na výrobu 70% slonů a 30% hranolů. V tomto případě pak zrušíme omezující podmínky $-0,7x_2 + x_3 < 0$ a $-0,3x_2 + x_4 < 0$ a zavedeme podmínku $-x_2 + x_3 + x_4 < 0$.

		-120	-200	-1300	-800	2200	2000	0	0	0	0	0	
Base		x1	x2	x3	x4	x5	x6	Slack1	Slack2	Slack3	Slack4	Slack5	b
-120	x1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	20
-200	x2	0	1	0	0	0	0	0.85	1	0	0	0	17.0
-800	x4	0	0	1	1	0	0	0.85	1	1	0	0	17.0
2200	x5	0	0	(-9/10)	0	1	0	0	0	0	1	0	0
2000	x6	0	0	(19/20)	0	0	1	0.8075	(19/20)	(19/20)	0	1	16.15
Zj - Cj		0	0	420	0	0	0	645.0	900	1100	2200	2000	12900.0

Obr. 7 – Výsledná simplexová tabulka při zrušení požadavku na výrobu slonů a hranolů.

V tomto případě bychom pak zjistili, že figurky slonů by se vůbec nevyplatilo vyrábět. Firma by produkovala pouze hranoly do dřevěné stavebnice, přičemž tržby z prodeje stavebnic by dosáhly výše 12.900 Kč.



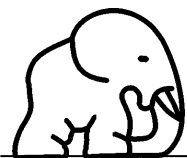
6.3 Výroba figurek slonů

Pokud by naopak při situaci nastíněné v kapitole 6.2 firma požadovala vyrábět pouze figurky slonů, můžeme pomocí analýzy citlivosti cen zjistit, že tržba za jednu tunu slonů by musela dosáhnout 2.667 Kč, aby se vyplatilo vyrábět pouze slony.

		-120	-200	-1300	-800	2667	2000	0	0	0	0	0	
Base		x1	x2	x3	x4	x5	x6	Slack1	Slack2	Slack3	Slack4	Slack5	b
-120	x1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	20
-200	x2	0	1	0	0	0	0	0.85	1	0	0	0	17.0
-1300	x3	0	0	1	1	0	0	0.85	1	1	0	0	17.0
2667	x5	0	0	0	(9/10)	1	0	0.765	(9/10)	(9/10)	1	0	15.3
2000	x6	0	0	0	(-19/20)	0	1	0	0	0	0	1	0
Zj - Cj		0	0	0	(3/10)	0	0	645.255	(9003/10)	1100.3	2667	2000	12905.1

Obr. 8 – Výsledná simplexová tabulka při požadavku vyrábět pouze slony.

Pokud by nastala taková situace, dosáhly by tržby z prodeje figurek slonů výše 12.905,10 Kč.



7. Seznam obrázků

Obr. 1 – Diagram.

Obr. 2 – Diagram s ohodnocenými proměnnými.

Obr. 3 – Omezující podmínky.

Obr. 4 – Výchozí simplexová tabulka.

Obr. 5 – Výsledná simplexová tabulka.

Obr. 6 – Výsledná simplexová tabulka při zdvojnásobení kapacity řezačky.

Obr. 7 – Výsledná simplexová tabulka při zrušení požadavku na výrobu slonů a hranolů.

Obr. 8 – Výsledná simplexová tabulka při požadavku vyrábět pouze slony.