

# SYSTÉMOVÁ ANALÝZA A MODELOVÁNÍ

**P3****2006-10-16**

## Dvourozměrný proces rozhodování:

- ✓ **První rozměr** – procesy
- ✓ **Druhý rozměr** – jejich vzájemné relace, vazby a nad nimi stojí množina komparativních rozhodovacích kritérií.

## DISTRIBUČNÍ ÚLOHY:

### Typy distribučních úloh:

- ✓ Jednostupňová dopravní úloha
- ✓ Vícetupňová dopravní úloha (Dvoustupňová dopravní úloha)
- ✓ Vícerozměrná dopravní úloha
- ✓ Zobecněný distribuční problém
- ✓ Přiřazovací problém
- ✓ Okružní dopravní problém
- ✓ Alokační (rozmisťovací) problém

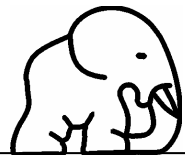
### Jednostupňová dopravní úloha:

- ✓ Je to množina přímých vztahů mezi dodavateli a spotřebiteli, přičemž hledáme minimum nebo maximum účelové funkce, kde  $x_j$  je množství přepravovaného substrátu od  $i$ -tého dodavatele k  $j$ -tému spotřebiteli a  $c_{ij}$  je přepravní sazba

	$S_1$	...	$S_n$	$a_i$
$D_1$				$a_1$
...				...
$D_n$				$a_m$
$b_j$	$b_1$	...	$b_m$	

- ✓ Vzorec:  $Z_{\min/\max} = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}$
- ✓ **Charakteristiky:**
  - Vzdálenost v kilometrech
  - Čas jízdy (přepravy)
  - Náklady na jednotku dopravy
  - Míra zhodnocení
  - Míra znehodnocení
  - Míra rizika
- ✓ U dopravních úloh jsou všechna řešení formálně přípustná!!!
- ✓ **Příklad:**

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$a_i$
$D_1$				35
$D_2$				25
$b_j$	15	18	27	60



$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	
1	1	1				35
			1	1	1	25
1			1			15
	1			1		18
		1			1	27

✓ **Podmínky:**

- Substrát musí být homogenní. Z hlediska analýzy a modelování vzájemná zastupitelnost.
- Některá trasa či spoj může být dočasně vyřazena, takže použijeme prohibitivní sazbu.

✓ Soustava je singulární:  $(m + n - 1) \Rightarrow$  báze řešení bude obsahovat pouze 5 obsazených polí. Pokud by byly pouze 4, bylo by řešení degenerované

✓ **Metody:**

- VAM, SZR, IND
- MODI

✓ **Definice:**

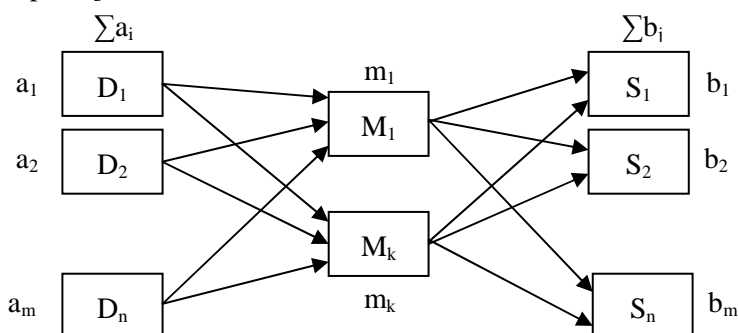
- $x_j$  je jednotkový změnový kvantifikovaný proces. Jde o jednotkové změnové zobrazení procesů (prvků).
- $m_{dim}$  (m-dimenzionální) lineární produkční funkce
- $\vec{\alpha}$  – alfavektor koeficientu, kdy každé  $\alpha_{ij}$  je směrnici chování jednotky j-tého procesu  $x_j$  ve vztahu k i-tému faktoru omezení.
- $\Delta x_j$  – aktivita je evokovaná komplexní změna systému jako celku v souvislosti se změnou rozměru  $x_j$ -tého procesu o jednotku.
- Poznámka: jednotkové změnové zobrazení procesu platí pro rozhodující většinu úloh systémové analýzy.

✓ **Prostor možných řešení** (množina přípustných řešení) je vymezena pomocí šesti typů omezujících podmínek:

- Rovnice –  $x_j = b_i$
- Kapacitní – suma  $x_j = b_i$
- Požadavkové – suma  $a_{ij}x_j = b_i$
- Bilanční – základních typů je 16
- Poměrové –  $F_i/F_k$
- Poměrové přírůstkové –  $\Delta/\Delta$

**Dvoustupňová dopravní úloha:**

✓ Mějme problém, že přepravovaný substrát není dopravován přímo od dodavatele ke spotřebiteli, ale nejdříve se dopravuje do mezikladů.

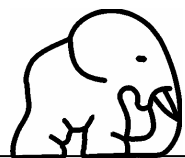


✓ **Otázky:**

- Kolik skladů je optimálních – více malých nebo méně velkých?
- Jak velké mají být kapacity?
- Alokace – s ohledem na systém a stabilitu dodavatelů a systém a stabilitu spotřebitelů kam meziklady umístit?

✓ **Co tyto úlohy řeší?** Kolik, čeho, odkud, kam, kudy, kdy, jak, čím, za kolik, za jakého tarifu a za jakých právních a podnikatelských omezení.

$\Rightarrow$  neexistuje algoritmus (takový model), který by nám dokázal vyřešit na všechny otázky najednou, protože problém je velmi složitý.



✓ **Účelová funkce:**  $z_{\min/\max} = \sum_i \sum_j \sum_k c_{ijk} x_{ijk}$ . Úloha může být minimalizační nebo maximalizační.

✓ **Úloha může být:**

- **Přebytková**  $\sum a_i \geq \sum n_j \geq \sum s_k$
- **Vyrovnaná**
- **Nedostatková**  $\sum a_i \leq \sum n_j \leq \sum s_k$

✓ Princip řešení úlohy spočívá v optimalizaci využití kapacit meziskladů.

### Zobecněný distribuční problém:

✓ Požadavky spotřebitelů jsou v jiných jednotkách než kapacity dodavatelů.

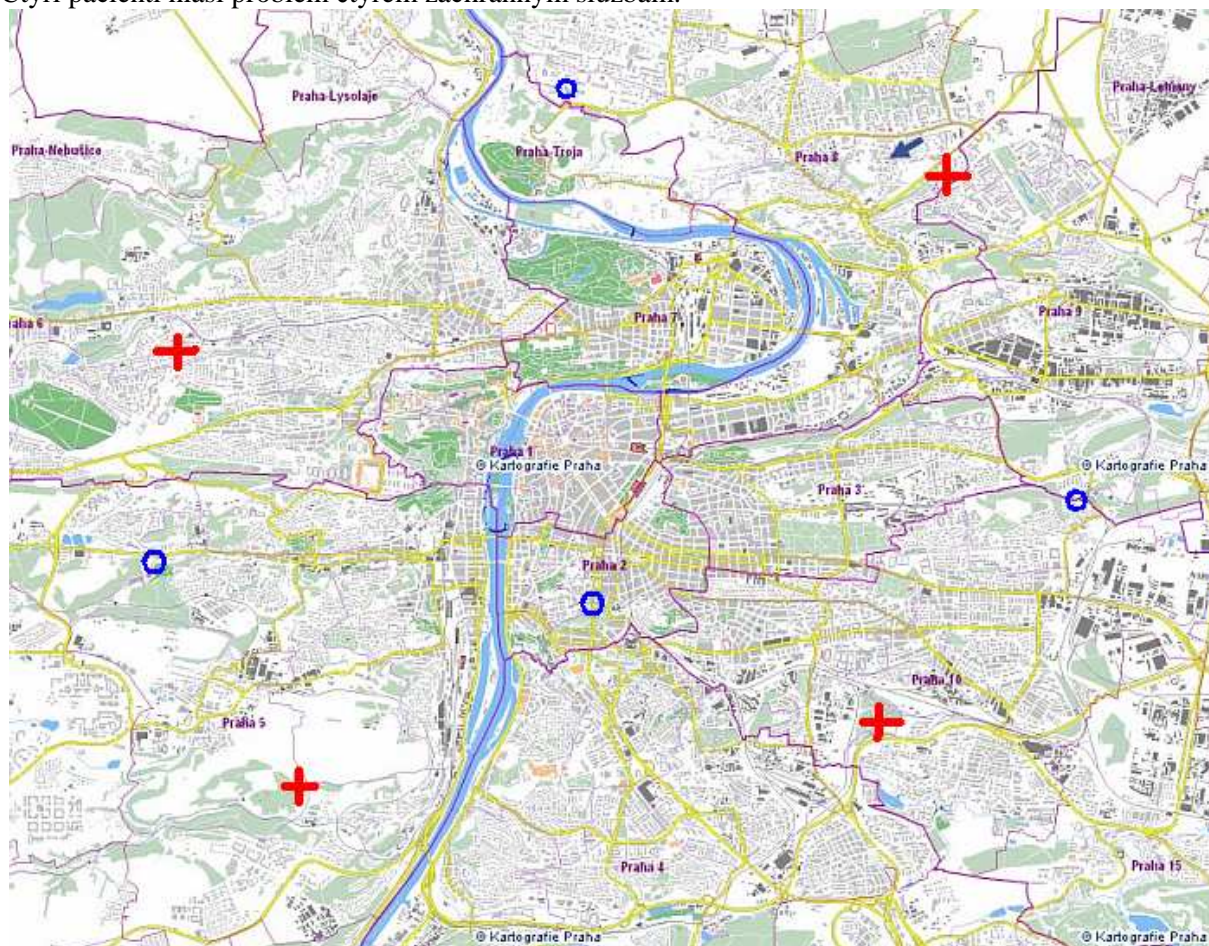
	Mouka1	Mouka2	Kroupy	Krupice	Žitná mouka	$A_i$ (hod)
Mlýn1						6
Mlýn2			$x_{ij}$	$k_{ij}$		7
Mlýn3						12
Mlýn4						4
$B_j$ (t)	6	1	1	3	2	

✓ Kolik jednotek j-tého spotřebitele přiřadíme i-tému dodavateli?  $\Rightarrow$  Parametr  $k_{ij}$  = koeficient výkonnosti (průchodnosti), tedy převodový koeficient jedné jednotky na druhou.

✓  $\sum x_{ij} k_{ij} \leq a_i$

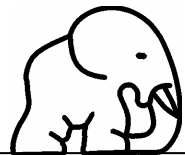
### Přiřazovací problém:

✓ Čtyři pacienti hlásí problém čtyřem záchranným službám:



✚ – záchranka

o – hlášený problém



- ✓ Nalezení celkového **minima systému sazeb**:  $\sum \sum \min c_{ij} x_{ij}$

	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>	
D <sub>1</sub>	7	5	11	3	1
D <sub>2</sub>	6	9	10	4	1
D <sub>3</sub>	7	12	7	6	1
D <sub>4</sub>	8	5	3	10	1
	1	1	1	1	

- ✓ Protože okrajové hodnoty jsou jedničky, pracujeme pouze s vlastní maticí.

$$C[c_{ij}]_{[m;n]} \quad z_{\min} = \sum_i \sum_j c_{ij}$$

- ✓ **Maďarská metoda** – autorem tohoto principu je profesor Kuhn a pojmenoval ji podle maďarských matematiků Königa a Egerwarry:

**Primární redukce matice** – od každé řady (každého řádku či sloupce) odečteme minimální sazbu, čímž dostaneme v každé řadě alespoň jednu nulu. Je lhostejno, zda začneme řádky nebo sloupce. Úloha vůbec nepracuje s původními sazbami, ale s transformovanou maticí redukovaných sazeb (redukovanou maticí).

Řádky				Sloupce			
4	2	8	0	3	<b>0</b>	8	0
2	5	6	0	1	3	6	<b>0</b>
1	6	1	0	<b>0</b>	4	1	0
5	2	0	7	4	0	<b>0</b>	7

Vybrat nuly, které jsou samy v řádku i sloupci, protože jedno auto můžu poslat jen na jedno místo.

7	<b>5</b>	11	3
6	9	10	<b>4</b>
7	12	7	6
8	5	<b>3</b>	10

### Okružní dopravní problém kapacitního typu:

- ✓ Kapacita  $i$  – tedy kolik dětí nastoupí v daném uzlu do autobusu.
- ✓ V jakém časovém intervalu  $t_i, t_j$  musí autobus daným uzlem projet.
- ✓ **Kritéria:**
  - Objezd minimální – spotřeba nafty.
  - Minimální čekání dětí.
- ✓ Úloha je řešena dvěma **způsoby**:
  - Úloha minimální trasy (minimálního okruhu)
  - Časový rozpis (harmonogram)
  - Poznámka: Řešeno pomocí MS Project – algoritmovaná teorie grafů a sítí.