MATEMATICKÁ STATISTIKA II.

C11

2006-12-13

ČASOVÉ ŘADY

- Bodové, okamžikové $y_1, \dots, y_n \quad n = \mathbb{N}$
- Intervalové

Absolutní ukazatele:

1. DIFERENCE: absolutní přírůstek $dy_t = y_t - y_{t-1}$

2. DIFERENCE: vývoj v čase, zrychlení

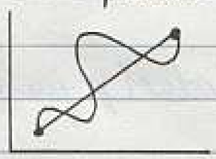
$$d^{(2)}y_t = dy_t - dy_{t-1} = y_t - y_{t-1} - (y_{t-1} - y_{t-2}) = \overbrace{y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}}^{\text{stačí 3 hodnoty stojící vedle sebe}}$$

Relativní ukazatele:

KOEFICIENT RŮSTU: $k_t = \frac{y_t}{y_{t-1}}$

PRŮMĚRNÝ KOEFICIENT RŮSTU: $\bar{k} = \sqrt[n-1]{\frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \ldots \cdot \frac{y_n}{y_{n-1}}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$

ale 1. a poslední člen:



Úroveň časových řad:

Chronologický průměr – prostá forma: $\bar{y} = \frac{\frac{y_2-y_1}{2} + \frac{y_3-y_2}{2} + \ldots + \frac{y_n-y_{n-1}}{2}}{n-1}$

– vážená forma: $\bar{y} = \frac{\frac{y_2-y_1}{2}(t_2-t_1) + \ldots}{t_n - t_1}$

91/16.1 – intervalová časová řada

Průměr: $\bar{y} = 69,65$

Koeficient růstu: $\bar{k}_{83-93} = \sqrt[10]{\frac{74,2}{66,6}} = 1,0109$

$\bar{k}_{88-90} = \sqrt[2]{\frac{66,6}{70,3}} = 0,9733$

$\bar{k}_{91-93} = \sqrt[2]{\frac{74,2}{73,6}} = 1,004$

Aditivní popis časové řady:

$y_t = T_t + P_t + \varepsilon_t$

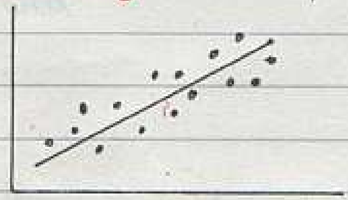
trendová složka, periodická složka, náhodná (reziduální) složka

- cyklický
- krátkodobé
- sezónně

Multiplikativní popis časové řady:

$y_t = T_t \cdot P_t \cdot \varepsilon_t$ – převedení na aditivní pomocí logaritmování

Mechanický – klouzavé průměry:



Připomíná regresi, ale chybí náhodnost, pro každý rok jen jedno číslo.

$$\frac{y_1 + y_2 + \dots + y_k}{k};\ \frac{y_2 + y_3 + \dots + y_k}{k};\ \frac{y_3 + y_4 + \dots + y_k}{k};\ \dots$$

nevýhody: – trend vysledovaný je jen aproximací
– průměr je ovlivnitelný extrémy
– nevhodný pro budoucí extrapolaci, vyrovnaných hodnot je jen k

Analytický – analytické vyrovnávání – týká se trendových funkcí, popis funkce pomocí trendu

např. přímka, kvadrát, mocnina, exponenciální funkce

Trendové funkce: lineární: $T_t = a + bt$
Exponenciální: $T_t = a \cdot b^t$
Logaritmická: $T_t = a + b \cdot \log t$
Kvadratická: $T_t = a + bt + ct^2$

$T_t = a + bt$ $\quad \eta_t = \alpha + \beta$ v základním souboru

$$b = \frac{n \cdot \sum t \cdot y_t - \sum y_t \sum t}{n \cdot \sum t^2 - (\sum t)^2}$$

t je čas, y_t jsou naměřené hodnoty

$$a = \frac{\sum y_t}{n} - b\frac{\sum t}{n} = \bar{y} - b\bar{t}$$

Index determinance – jak je model vhodný, mezi 0 a 1, čím blíže 1, tím lepší

$I = \sqrt{I^2}$ $\qquad I^2 = 1 - \frac{\sum (y_t - y'_t)^2}{\sum (y_t - \bar{y})^2}$

je-li menší než 1, existují reziduální složky

Index korelace – shodný s korelační a regresní analýzou.

Příklad:

ROK	y_t	t
1995	515	1
1996	586	2
1997	649	3
1998	683	4
1999	702	5
2000	710	6
2001	732	7
2002	740	8
2003	783	9

$$\Sigma y_t \cdot t = 1\cdot 515 + 2\cdot 586 + 3\cdot 649 + \ldots + 9\cdot 483 = 32227$$

$$\Sigma y_t = 6100$$

$$\Sigma t = 45$$

$$t^2 = 285 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 9^2$$

$$b = \frac{9\cdot 32227 - 45\cdot 6100}{9\cdot 285 - (45)^2} = 28,78$$

$$a = \frac{6100}{9} - 28,78\frac{45}{9} = 533,88$$

Vyrovnaná časová řada:

$$y'_t = 533,88 + 28,78t$$

$$y'_{04} = 533,88 + 28,78\cdot 10 = 821,68$$

$$y'_{06} = 533,88 + 28,78\cdot 12 = 879,24$$

$$y'_{07} = 533,88 + 28,78\cdot 13 = 908,02$$

$$I^2 = 1 - \frac{(515 - \overbrace{562,66}^{533,88+28,78})^2 + \ldots}{\left(515 - \frac{6100}{9}\right)^2 + \ldots} = 1 - \frac{2271,4756 + \ldots}{26.494,0729 + \ldots}$$