

# METODY OPERAČNÍHO VÝZKUMU

C7

2006-04-04

## JEDNOSTUPŇOVÁ DOPRAVNÍ ÚLOHA

**Metody:**

- metoda severozápadního rohu
- Indusova metoda
- Vogelova aproximační metoda
- Kantorova frekvenční metoda

**Dopravní tabulka:**

	$S_j$	
$D_i$	$r_{ij}$	$c_{ij}$
	$x_{ij}$	
	$z_{ij}$	

$z_{ij} = C_{ij}$

### Brambory

Ze tří zemědělských farem dodáváme ročně brambory do čtyř skladů. Náklady na přepravu 1t v Kč od jednotlivých farem do skladů, kapacity farem a požadavky skladů v t jsou uvedeny v podkladové tabulce. Najděte optimální plán rozvozu – tj. při kterém budou dopravní náklady minimální.

Náklady na přepravu		Sklady				Roční kapacita farem (t)
		1	2	3	4	
Farmy	1	12	12	8	13	100
	2	7	10	7	11	250
	3	6	9	12	11	200
Požadavky skladů (t)		150	130	120	150	

Vyřazenost úlohy:  $\sum d_i = \sum s_i$   
 $550 = 550$

Pokud by se nerovnálo, muslo doplnit fiktivního dodavatele nebo odběratele.

Nalezení výchozího řešení pomocí VAM:

$m \backslash n$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$a_i$	$\Delta r$
$D_1$	12	12	8	13	100	4
			100			
$D_2$	7	10	7	11	250	3
		80	20	150	230	1
$D_3$	6	9	12	11	200	3
	150	50			50	2
$b_j$	150	130	120	150	550	550
$\Delta s$	1	1	1	0		

Diference – rozdíl dvou nejmenších čísel v řádku/sloupci ( $\Delta r / \Delta s$ ).

Výberu největší diference (4) a v řádku najdu nejmenší počet (8).

Společitel chce 120, dodavatel může dodat 100 → dáme 100 a společitel už chce jen 20, kterou využije řádek.

Přepočítáme diference, vybereme největší (5) a najdeme nejmenší počet (7).

Společitel dostane 20 a dodavatel se snížil množství na 230. ...

$a_i$  – kapacita dodavatelů

$b_j$  – požadavky společitelů



Vypočet řešení:

$$\times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 80 & 20 & 150 \\ 150 & 50 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Bázičké proměnné jsou nenulové:

$$D_1 S_3, D_2 S_2, D_2 S_3, D_2 S_4, D_3 S_1, D_3 S_2$$

$$z = 100 \cdot 8 + 80 \cdot 10 + 20 \cdot 7 + 150 \cdot 11 + 150 \cdot 6 + 50 \cdot 9$$

$$z = 800 + 800 + 140 + 1650 + 900 + 450$$

$$z = 4740$$

Pomocí MODI zjistit, zda je nalezené řešení optimální:

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$u_i$
$D_1$	$\frac{-4}{8}$	$\frac{-1}{11}$	$\frac{0}{100}$	$\frac{-1}{12}$	1
$D_2$	$\frac{0}{7}$	$\frac{0}{80}$	$\frac{0}{20}$	$\frac{0}{150}$	0
$D_3$	$\frac{0}{150}$	$\frac{0}{50}$	$\frac{-6}{6}$	$\frac{-1}{10}$	-1
$v_j$	7	10	7	11	

a) Z obsazených polí:  $c_{ij} = u_i + v_j$ 

$$8 = u_1 + v_3 \quad 11 = u_2 + v_4$$

$$10 = u_2 + v_2 \quad 6 = u_3 + v_1$$

$$7 = u_2 + v_3 \quad 9 = u_3 + v_2$$

Kde je nejvíce obsazených polí  $\rightarrow$  řádek  $D_2$ 

$$D_2 \Rightarrow u_2 = 0$$

$$8 = u_1 + v_3 \Rightarrow u_1 = 1$$

$$10 = u_2 + v_2 \Rightarrow u_2 = 10$$

$$7 = u_2 + v_3 \Rightarrow v_3 = -7$$

$$11 = u_2 + v_4 \Rightarrow v_4 = 11$$

$$6 = u_3 + v_1 \Rightarrow v_1 = -7$$

$$9 = u_3 + v_2 \Rightarrow u_3 = -1$$

b) Z neobsazených polí:  $z_{ij} = u_i + v_j$ 

$$8 = 7 + 1 \quad 4 = 7 + 0$$

$$11 = 10 + 1 \quad 6 = 7 - 1$$

$$12 = 11 + 1 \quad 10 = 11 - 1$$

c) Test optimality:  $z_j - c_j$  přičteno do  $\Delta$ 

$$8 - 12 = -4 \quad 4 - 7 = 0$$

$$11 - 12 = -1 \quad 6 - 12 = -6 \quad \text{Bázičké pro-}$$

$$12 - 13 = -1 \quad 10 - 11 = -1 \quad \text{měnné 0.}$$

Nulový samé 0 a záporná čísla  $\Rightarrow$   
řešení je optimálníAlternativní řešení: $D_2 S_1$  - náhodná proměnná, která  $= 0 \Rightarrow$  alternativní řešeníUzavřené obvoody: - pouze po obsazených polích  
- střídá se  $\oplus$  a  $\ominus$



	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$u_i$
$D_1$	-4 / 12	-1 / 12	0 / 8	-1 / 13	1
$D_2$	8 / 0	11 / 0	100 / 20	12 / 150	0
$D_3$	0 / 150	0 / 130	6 / 6	12 / 10	-1
$V_j$	7	10	7	11	

Políčka s  $\ominus$ : 80 < vyhřívá se míře  $\rightarrow$  sníží se, kolik se v otvodu míře použije

$$0 \leq D_2 S_1 \leq 80$$

$$z_{all} = 100 \cdot 8 + 80 \cdot 7 + 20 \cdot 7 + 150 \cdot 11 + 40 \cdot 6 + 130 \cdot 9$$

$$z_{all} = 4.440$$

$\uparrow$  stejný jako optimální

### Suboptimální řešení:

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$u_i$
$D_1$	-4 / 12	-1 / 12	0 / 8	-1 / 12	1
$D_2$	8 / 0	130 / 80	100 / 20	12 / 100	0
$D_3$	0 / 150	0 / 0	6 / 6	12 / 10	-1
$V_j$	7	10	7	11	

Vyhřívám to pole, jehož krásu chci přidat.

Políčka s  $\ominus$ : 150  
50

$$z_{sub} = 100 \cdot 8 + 130 \cdot 10 + 100 \cdot 11 + 20 \cdot 7 + 150 \cdot 6 + 0 \cdot 9$$

$$z_{sub} = 4.790$$