

METODY OPERAČNÍHO VÝZKUMU

C1

2006-02-21

Objekt

System

Model

N : 1 1 : 1

System je uspořádaná, účelově definovaná množina prvků a vztah mezi nimi, která se zachycením vstupu a výstupu vyjadřuje kvantifikovatelné chování v čase.

Model je formalizovaný systém.

Formalizace je matematická, takže modely jsou matematické, většinou se budeme zabývat lineárními modely.

Vektor je uspořádaná soustava reálných čísel.

Jednotkový vektor je vektor, který má na jednom místě jedničku a na ostatních nuly, např. $(1, 0, 0)$

Lineární kombinace vektorů vyjadřuje, že vektory lze kombinovat.

Závislost vektorů: vektory mohou být - lineárně závislé
- lineárně nezávislé

Vektorový prostor udává počet čísel n příslušnému vektoru:

- musí být definován nulový vektor - $(0, 0, 0)$
- sčítání vektorů a násobení skalárem
- vektorový prostor má dimenzi

Báze vektorového prostoru je jakákoliv skupina vektorů, která splňuje určité podmínky:

- lineární nezávislost
- přidáme-li jakýkoli další vektor, je možné ho pomocí těchto vyjádřit.

Přirozená báze vektorového prostoru V_3 :

1 0 0

0 1 0

0 0 1

3 3 3

Matice je uspořádaná matice čísel

Možnosti zápisu:

• ROZEPŠANÝ TVAR: $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$
 $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$

• MATICOVÝ ZÁPIS:
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}$$

• VEKTOROVÝ ZÁPIS:
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}$$

☒ $2x_1 - 4x_2 + x_3 + 6x_5 = 28$
 $-4x_1 + 5x_2 + 2x_4 - x_5 = -14$
 $x_1 + x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = 0$

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 0 & 6 \\ -4 & 5 & 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 \\ -14 \\ 0 \end{pmatrix}$$

☒ $2x_1 + x_2 - x_3 = 4$ m - podle počtu rovnic $m=2$
 $x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 1$ n - počet proměnných $n=4$

$$\binom{n}{m} = \frac{n!}{(n-m)!m!} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\binom{n}{m} = \binom{4}{2} = 6 \text{ kombinací: } x_1 x_2 \leftarrow$$

- 1.) metoda jedniček
- 2.) nulování

$x_1 x_3$
 $x_1 x_4$
 $x_2 x_3$
 $x_2 x_4$
 $x_3 x_4$

	x_1	x_2	x_3	x_4	b	
	2	1	-1	0	4	$:2$
	1	1	1	-1	1	
Řádek 1 prvek = pivot	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	2	$ \cdot (-1) +$
	1	1	1	-1	1	
	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	2	
	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	-1	-1	$ \cdot 2$
	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	2	
Řádek 1 prvek	0	1	3	-2	-2	$ \cdot (-\frac{1}{2}) +$
	1	0	-2	1	3	
	0	1	3	-2	-2	

Řádek 1
prvek

Jordanova eliminační metoda je metoda úplné eliminace. Máme soustavu rovnic a pak získáme kanonický tvar \rightarrow

Báze proměnných x_1 a x_2 , ostatní未知í rovný 0.

$$\begin{aligned} x_1 &= 3 & x_3 &= 0 \\ x_2 &= -2 & x_4 &= 0 \end{aligned}$$



Soukromý zemědělec se rozhoduje o výměře dvou druhů zeleniny. K dispozici má 35 arů půdy, na nichž by chtěl pěstovat květák a kedlubny. Pro květák však lze využít nejvýše 8 arů. Předpokládá, že se mu podaří dosáhnout z jednoho aru kvěťáku tržby ve výši 5 000 Kč a z jednoho aru kedluben 2 000 Kč. Požaduje celkovou výši tržeb alespoň ve výši 50 000 Kč.

Proměnné: x_1 - výměra kvěťáku
 x_2 - výměra kedluben

Omezující podmínky: $x_1 + x_2 \leq 35$
 $x_1 \leq 8$

$$5000x_1 + 2000x_2 \geq 50000$$

	x_1	x_2	d_1	d_2	d_3	p_1	b
d_1	1	1	(1)	0	0	0	35
d_2	1	0	0	(1)	0	0	8
p_1	5	2	0	0	-1	(1)	50
x_1	(1)	1	1	0	0	0	35
d_2	0	-1	-1	(1)	0	0	-27
p_1	0	-3	-5	0	-1	(1)	-125
x_1	(1)	0	0	1	0	0	8
x_2	0	(1)	1	-1	0	0	27
p_1	0	0	-8	3	-1	(1)	-206

Podmínky: - normální tvar omezujících podmínek
 - rychejší kanonický tvar
 - nezápornost pravých stran

Doplnková proměnná d_1, d_2, d_3 : přidal na stranu, kam směřuje nerovnost

$$x_1 + x_2 + d_1 = 35$$

$$x_1 + d_2 = 8$$

$$5x_1 + 2x_2 - d_3 = 50$$

Pomocná proměnná p_1 : nemáme-li rychejší tvar

$$5x_1 + 2x_2 - d_3 + p_1 = 50$$

$$x_1 = 8 \quad d_1 = 0$$

$$x_2 = 27 \quad d_2 = 0$$

$$p_1 = -206 \quad d_3 = 0$$