METODY OPERAČNÍHO VÝZKUMU

2005-04-05

C7

KVADRATICKÉ PROGRAMOVÁNÍ

Květák a kedlubny

Soukromý zemědělec se rozhoduje o výměře dvou druhů zeleniny. K dispozici má 35 arů půdy, na nichž by chtěl pěstovat květák a kedlubny. Pro květák však lze využít nejvýše 8 arů.

Je zde však problém s náklady. Zemědělec ví, že se náklady na produkci těchto dvou komodit skládají ze dvou částí: z nákladů fixních, a to ve výši 100 Kč na jeden ar, které musí vynaložit, ať už na té půdě pěstuje jednu z těchto plodin nebo ne. K tomu se ještě přidává variabilní složka nákladů, které progresivně rostou vzhledem k obdělávané výměře. U květáku rostou přibližně podle funkce $N_1 = 0{,}25\ x_1^2 - 3x_1$, u kedluben zhruba podle funkce $N_2 = x_2^2 - 4x_2$, kde $x_{1,2}$ jsou výměry plodin.

1. Sestavte vhodný model - definujte proměnné, omezující podmínky a účelovou-krit. funkci

x_2 k $\qquad x_1 + x_2 \le 35 \qquad z = 3500 + 0{,}25x_1^2 - 3x_1 + x_2^2 - 4x_2 \to MIN$

x_2 kedlubny $\qquad x_1 \le 8 \qquad x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0$

2. Sestavte Lagrangeovu funkci:

$$L = 3500 + 0{,}25x_1^2 - 3x_1 + x_2^2 - 4x_2 + u_1(x_1 + x_2 - 35) + u_2(x_1 - 8)$$

3. Určete Kuhn-Tuckerovy podmínky:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0{,}5x_1 - 3 + u_1 + u_2 \ge 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 2x_2 - 4 + u_1 \ge 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_1} = x_1 + x_2 - 35 \le 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_2} = x_1 - 8 \le 0$$

4. Určete Wolfeho podmínky:

$$0{,}5x_1 - 3 + u_1 + u_2 - y_1 + w_1 = 0$$

$$-2x_2 - 4 + u_1 - y_2 + w_2 = 0$$

$$x_1 + x_2 - 35 + v_1 = 0$$

$$x_1 - 8 + v_2 = 0$$

$$uv + xy = 0$$

5. Jaké je omezení vstupu proměnných do báze?

Účelová funkce: $z' = w_1 + w_2 \rightarrow MIN$

6. Vyřešte model pomocí Wolfeho algoritmu:

7. Interpretujte výsledné řešení:

		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	
		x_1	x_2	u_1	u_2	v_1	v_2	y_1	y_2	w_1	w_2	f
1	w_1	0,5	0	1	1	0	0	−1	0	1	0	3
1	w_2	0	$\boxed{2}$	1	0	0	0	0	−1	0	1	4
0	v_1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	35
0	v_2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	8
zj − cj		0,5	2	2	1	0	0	−1	−1	0	0	7
1	w_1	$\boxed{0,5}$	0	1	1	0	0	−1	0	1	0	3
0	x_2	0	1	1/2	0	0	0	0	−1/2	0	1/2	2
0	v_1	1	0	−1/2	0	1	0	0	1/2	0	−1/2	33
0	v_2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	8
zj − cj		0,5	0	1	1	0	0	−1	0	0	−1	3
0	x_1	1	0	2	2	0	0	−2	0	2	0	6
0	x_2	0	1	1/2	0	0	0	0	−1/2	0	1/2	2
0	v_1	0	0	−1	−2	1	0	2	1/2	−2	−1/2	27
0	v_2	0										2
zj − cj												

$x_1 = 6$ $\quad u_1 = 0$ $\quad v_1 = 27$ $\quad y_1 = 0$ $\quad w_1 = 0$ $\quad z =$

$x_2 = 2$ $\quad u_2 = 0$ $\quad v_2 = 2$ $\quad y_2 = 0$ $\quad w_2 = 0$

nebázické proměnné → vždy 0

3500
9
−18
4
−8
3487 − celkové náklady