

METODY OPERAČNÍHO VÝZKUMU

2005-03-08

SIMPLEXOVÝ ALGORITMUS:

C3

Květák a kedlubny

Soukromý zemědělec se rozhoduje o výměře dvou druhů zeleniny. K dispozici má 35 arů půdy, na nichž by chtěl pěstovat květák a kedlubny. Pro květák však lze využít nejvýše 8 arů. Předpokládá, že se mu podaří dosáhnout z jednoho aru kvěťáku tržby ve výši 5 000 Kč a z jednoho aru kedluben 2 000 Kč. Požaduje celkovou výši tržeb alespoň ve výši 50 000 Kč.

Výměry jednotlivých plodin musí být takové, aby minimalizovali celkové náklady, přitom na jeden ar kvěťáku budou náklady asi 2 000 Kč a na jeden ar kedluben 1 000 Kč.

1. Sestavte vhodný model - definujte proměnné, omezující podmínky a účelovou - kritériální funkci (viz. předchozí cvičení).

$$x_1 - \text{květák (ar)} \quad x_1 + x_2 \leq 35$$

$$x_2 - \text{kedlubny (ar)} \quad x_1 \leq 8$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 50$$

$$z = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min \quad x_{1,2} \geq 0$$

2. Upravte omezující podmínky do rovnicevého kanonického tvaru.

$$x_1 + x_2 + d_1 = 35$$

$$x_1 + d_2 = 8$$

$$5x_1 + 2x_2 - d_3 + p_3 = 50$$

3. Vypíšte výchozí řešení omezujících podmínek a určete hodnotu kritériální funkce.

$$\downarrow \quad x_1 \quad x_2 \quad d_1 \quad d_2 \quad d_3 \quad p_3 \quad b \quad x_1 = 0$$

$$d_1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 35 \quad x_2 = 0$$

$$d_2 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 8 \quad d_1 = 35$$

$$p_3 \quad 5 \quad 2 \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad 1 \quad 50 \quad d_2 = 8$$

$$d_3 = 0$$

Prohibitivní

$$z = 2x_1 + x_2 + 0d_1 + 0d_2 + 0d_3 + 10p_3 \rightarrow \min \quad p_3 = 50$$

sazby

Řešení s pomocnou proměnnou p_3 lze považovat za řešení nepřijatelné!

$$z = 500$$

- řešení je nepřijatelné
(p_3 řešení je pomocná proměnná)

4. Vypište alespoň jedno parametrické řešení omezujících podmínek a určete jak se změnil hodnota kritéria funkce.

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = 0$$

$$d_1 = 30$$

$$d_2 = 3$$

$$d_3 = 0$$

$$p_3 = 25$$

$$\underline{z} = 260$$

Hodnota f se zlepšila, protože
- řešíme minimalizační model (nižší číslo lepší)

5. Jsou splněny předpoklady simplexového algoritmu?

Ano

6. Vypište tento model pomocí simplexové metody s penalizací pomocných proměnných.

		x_1	x_2	d_1	d_2	d_3	p_3	f	Ω
		2	1	0	0	0	10		
d_1	0	1	1	1	0	0	0	35	$35/1=35$
d_2	0	1	0	0	1	0	0	80	$80/1=80$
p_3	10	5	2	0	0	-1	1	50	$50/5=10$
$z-j$		48	19	0	0	-10	0	500	

$$(10 \cdot 5) - 2 \quad (10 \cdot 2) - 1$$

Do řešení zahrneme x_1 → netouží do báze
→ jiná proměnná musí vystoupit
(vystupující posadíme pomocí řádku
přípustnosti - musí splňovat omezující
podmínky)

Proměnnou d_2 nahradíme za x_1 .

Tzv. klíčový prvek - k provedení jordanovy eliminační metody.

Jordanova eliminační metoda - provedení eliminační úpravy:

- násobením řídící rovnice průměrnou hodnotou řídícího prvku.
- přičtením vhodného násobku řídící rovnice k upravené rovnici.

		x_1	x_2	d_1	d_2	d_3	f_3	b
		2	1	0	0	0	10	
d_1	0	0	1	1	-1	0	0	27
x_1	2	1	0	0	1	0	0	8
f_3	10	0	2	0	-5	-1	1	10
$z_j - c_j$		0	19	0	-48	-10	0	116

Do řádky x_2 - je nejmenší
a vyloučí f_3 .

$$27/1 = 27$$

X

$$10/2 = 5$$

		x_1	x_2	d_1	d_2	d_3	f_3	b
		2	1	0	0	0	10	
d_1	0	0	0	1	3/2	1/2	-1/2	22
x_1	2	1	0	0	1	0	0	8
f_3	10	0	1	0	-5/2	-1/2	1/2	5
$z_j - c_j$		0	0	0	-1/2	-1/2	-9,5	21

$\cdot (-1) \cdot 3 \cdot \text{řádek}$

oprot

:2

Řešení je optimální,
protože na kritériálním
řádku jsou jen záporná
čísla.

7. Na kolika arech má být pěstován kvěťák a kedlubny v následujícím období, aby bylo dosaženo minimálních nákladů?

Kvěťák: 8 arů $\rightarrow x_1$

x_1

Kedlubny: 5 arů $\rightarrow x_2$

x_2

22 arů nezvyklých $\rightarrow d_1$

$$35 \geq x_1 + x_2$$

$d_2 = 0 \rightarrow$ maximum kvěťáku využito

$$8 \geq x_1$$

$d_3 = 0 \rightarrow$ tráva 50.000,-

$$50 \leq 5x_1 + 2x_2$$

$f_3 = 0$