

2005-03-01

LINEÁRNÍ OPTIMALIZAČNÍ MODEL:**Cíl modelu:**

- ü Optimální rozsahy procesů
- ü Splnění omezení
- ü Maximalizace či minimalizace hodnoty kritéria

Příklad:

Z desek 5x7 je potřeba nařezat obdélníky 2x3 a čtverce 1x1. Možné řezné plány:

	A	B	C	Potřeba přířezů
Obdélníky	0	5	4	100
Čtverce	35	5	11	200

Kolik minimálně rozřezat desek?

Definice modelu:

Všechny prvky modelu jsou vyjádřeny pomocí lineárních funkcí:

$$z(x) = c^T x \rightarrow \text{MIN}$$

$$\left. \begin{array}{l} Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{array} \right\} \text{ Každý řádek = jedna omezující podmínka}$$

- ü Proměnné – procesy (jednotky)
- ü Omezující podmínky
- ü Kritérium
- ü Lineární funkce a lineární rovnice a nerovnice

Příklad:

$$1x_1 + 1x_2 + 1x_3 \rightarrow \text{MIN}$$

$$0x_1 + 5x_2 + 4x_3 \geq 100$$

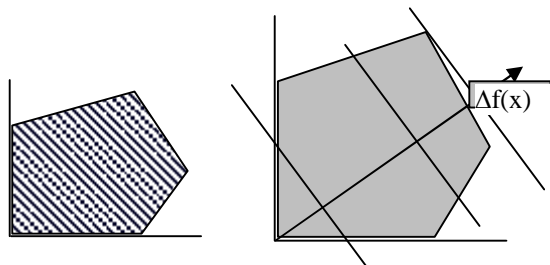
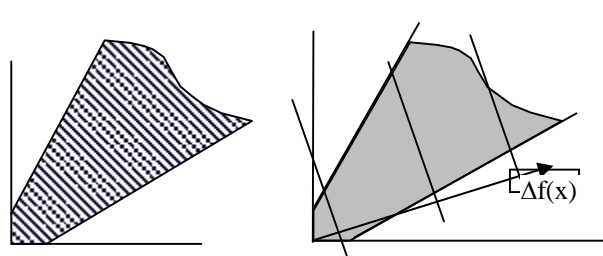
$$35x_1 + 5x_2 + 11x_3 \geq 200$$

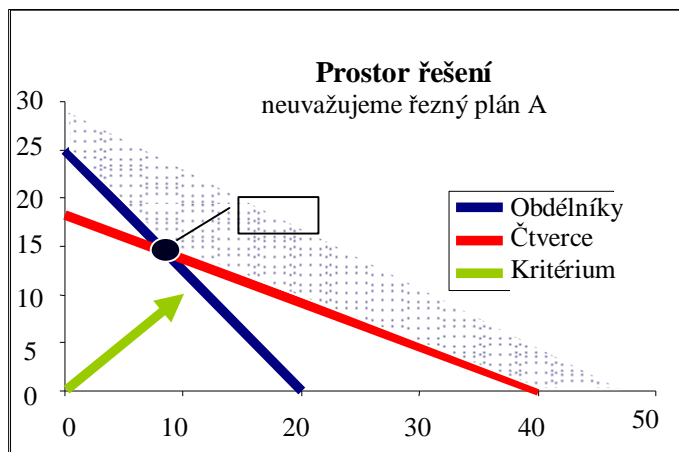
$$x_{1,2,3} \geq 0$$

x_1	x_2	x_3		
0	5	4	\geq	100
35	5	11	\geq	200
1	1	1	MIN	
		x_1, x_2, x_3	\geq	0

Grafické zobrazení modelu:

- ü Prostor řešení – prostor proměnných
- ü Zobrazují se jednotlivé omezující podmínky
- ü Kriteriační funkce – směr růstu

Konvexní polyedr:**Polyedrický kužel:****Příklad:**



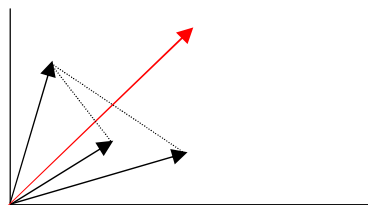
- Prostor požadavků – prostor vektorů koeficientů jednotlivých proměnných transformovaných na jednotkovou cenu
- Složením vektorů musí být vektor pravých stran

Skládání vektorů:

Obr 5

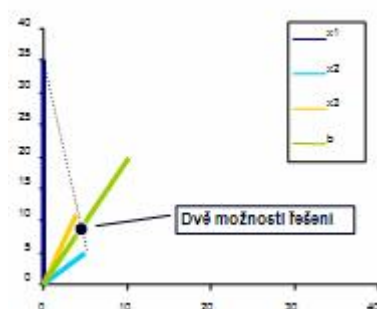
Grafické zobrazení:

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j = b$$



Optimální řezný plán:

Prostor požadavků



Základní pojmy:

- Přípustné řešení** = množina přípustných řešení, všechna řešení, která splňují omezující podmínky a podmínky nezápornosti
- Bázické řešení** (vrchol) – řešení, ve kterém jsou požadavkové vektory nenulových proměnných jsou lineárně nezávislé. Odpovídají vrcholům množiny přípustných řešení
- Optimální řešení** – nejlepší přípustné řešení
- Alternativní řešení** – další optimální řešení, existují 2 optimální řešení, každé z nich je alternativní
- Suboptimální řešení** – blíží se k optimálnímu řešení, ale hodnota kritéria je horší

Řešitelnost modelu:

Řešení neexistuje:

- Neexistuje řešení omezujících podmínek
- Kritériální funkce je omezená v požadovaném směru

- Ü **Existuje právě jedno řešení** – jediné a bážické
- Ü **Existuje nekonečně mnoho řešení** – dvě a více bážická optimální (alternativní) řešení

Základní věty:

- Ü Má-li úloha lineárního programování přípustné řešení, má i přípustné bážické řešení.
- Ü Má-li úloha lineárního programování přípustné řešení, má i optimální bážické řešení.
- Ü Řešení úlohy lineárního programování leží vždy na hranici množiny přípustných řešení.
- Ü Má-li úloha lineárního programování více než jedno optimální řešení, je optimálním řešením i jejich konvexní kombinace.