

METODY OPERAČNÍHO VÝZKUMU

2005-02-22

C1

Vektorový prostor:

Trám vektorů a operacemi, které lze s vektory dělat - nejčastěji sčítání a násobení skalárem bodem.

Vektor:

Dán bodem a směrem, jsou to orientované úsečky

Lineární kombinace vektorů:

$$\vec{a} = (2; 1) \quad c_a = 2$$

$$\vec{b} = (3; 5) \quad c_b = 4$$

$$\vec{c} = ?$$

Řešení:

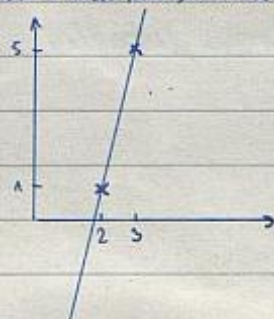
$$(4; 2)$$

$$\vec{c} = (16; 22)$$

$$(12; 20)$$

Lineární konvexní kombinace:

Požadavek na hodnoty parametrů, parametrů v intervalu $(0; 1)$ a součet rovná 1.



Úsečka mezi body - lineární konvexní kombinace

Čela přímka - lineární kombinace vektorů

Báze vektorového prostoru:

Podmnožina vektorů, pomocí které lze vyjádřit jakýkoli vektor z daného prostoru.

Vektory musí být nezávislé!

NEZÁVISLÉ:

$$(2; 1)$$

$$(3; 5)$$

ZÁVISLÉ:

$$(2; 1)$$

$$(10; 5)$$

Soukromý zemědělec se rozhoduje o výměře dvou druhů zeleniny. K dispozici má 35 arů půdy, na nichž by chtěl pěstovat kvěťák a kedlubny. Pro kvěťák však lze využít nejvýše 8 arů. Předpokládá, že se mu podaří dosáhnout z jednoho aru kvěťáku tržby ve výši 5 000 Kč a z jednoho aru kedluben 2 000 Kč. Požaduje celkovou výši tržeb alespoň ve výši 50 000 Kč. Výměry jednotlivých plodin musí být takové, aby minimalizovaly celkové náklady, přitom na jeden ar kvěťáku budou náklady asi 2 000 Kč a na jeden ar kedluben 1 000 Kč.

1. - Sestavte vhodný model - definujte proměnné, omezující podmínky a cílovou - kritériální funkci:

x_1 kvěťák (ar)

x_2 kedlubna (ar)

Podmínky: $x_1 + x_2 \leq 35$

$$x_1 \leq 8$$

$$5000x_1 + 2000x_2 \geq 50000$$

$$z = 2000x_1 + 1000x_2 \rightarrow \min. \rightarrow \text{Funkce}$$

2. Upravte model do rovnicevého tvaru:

$$x_1 + x_2 + d_1 = 35$$

$$\text{doplňková} \quad d_1 = 35 - (x_1 + x_2)$$

$$\text{proměnná} \quad d_2 = 8 - x_1$$

$$x_1 + d_2 = 8$$

$$5000x_1 + 2000x_2 \geq 50000$$

$$5x_1 + 2x_2 - d_3 = 50$$

3. Frobeniova věta:

Zalýhá se hodnosti matice.

4. Určete báze řešení a možnou hodnotu některé proměnné:

Báze řešení: 3 rovnice \Rightarrow 3 neklony

Báze proměnné: matice soustavy musí obsahovat jednotkovou submatrici

x_1	x_2	d_1	d_2	d_3	b
1	1	1	0	0	35
1	0	0	1	0	8
5	2	0	0	-1	50

na místě x_2 0 0 1

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 35 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 8 \\ 5 & 2 & 0 & 0 & -1 & 50 \end{array} \right) \xrightarrow{:2} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 35 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 8 \\ \frac{5}{2} & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 25 \end{array} \right) \xrightarrow{\text{od 2. řádku odečtu 3. řádek}} \left(\begin{array}{ccccc|c} -\frac{3}{2} & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & 10 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 8 \\ \frac{5}{2} & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 25 \end{array} \right)$$

$$\left. \begin{array}{ccccc|c} -\frac{3}{2} & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & 10 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 8 \\ \frac{5}{2} & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 25 \end{array} \right\} \text{ báze řešení}$$

ne báze řešení: zvolit hodnoty (všechny kladné), která $\neq 0$

$$x_1 = 7$$

$$d_2 = 1$$

$$\begin{aligned} x_1 + d_2 &= 8 \\ 7 + d_2 &= 8 \\ d_2 &= 1 \end{aligned}$$

$$d_1 = \frac{41}{2}$$

$$\left[4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \right] + 10$$

$$x_2 = \frac{15}{2}$$

$$\left(4 \cdot \frac{5}{2} \right) + x_2 = 25$$

$$x_2 = \frac{50}{2} - \frac{35}{2}$$

$$d_3 = 0$$

5. Určete parametrické řešení a možnou hodnotu některé proměnné:



6. Vypočítejte souřadici řešení pomocí Jordanovy eliminační metody:

$$\begin{array}{cccc|c} x_1 & x_2 & d_1 & d_2 & d_3 & b \\ -\frac{3}{2} & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & 35 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 8 \\ \frac{5}{2} & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 50 \end{array}$$

$$d_1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \quad | \quad 22$$

$$x_1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad | \quad 8 \quad \rightarrow \cdot \frac{5}{2} + \text{3. řádek}$$

$$x_2 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad -\frac{5}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad | \quad 5$$

$$d_2 = 0$$

$$d_3 = 0$$

7. Vypočítejte souřadici řešení pomocí matice transformace B^{-1}