2005-02-22

MODELY OPERAČNÍHO VÝZKUMU A NELINEÁRNÍ PROGRAMOVÁNÍ:

Operační výzkum – aplikované teorie

Modely operačního výzkumu:

- **Optimalizační modely** – cílem je najít řešení splňující omezující podmínky a optimalizující hodnotu kritéria.
- **Distribuční a dopravní modely** – řešení problémů spojených s dopravou, distribucí nebo přiřazováním.
- **Plánování a řízení projektů** – umožňují časovou, nákladovou a zdrojovou analýzu projektů – procesů, ve kterých probíhá více operací, které jsou na sobě závislé. Založeno na teorii grafů.
- **Teorie rozvrhování** – časové a prostorové uspořádání průmyslových operací z mnoha různých hledisek. Založeno na teorii grafů.
- **Modely strukturální analýzy** – bilancují vztahy mezi produkcí jednotlivých hospodářských odvětví a vyhledávají rovnovážný stav systému.
- **Simulační a stochaistické modely**:
  - Simulační – napodobují jednotlivé kroky chování zkoumaného systému.
  - Stochastické – popisují výsledky systémů se stochastickým chováním, nikoliv jejich jednotlivé kroky
- **Teorie rozhodování a teorie her** – modelování konfliktních situací. Vznikly z potřeby modelovat chování hráčů hazardních her.
- A další…

A**x** = **b**

OBECNÉ OPTIMALIZAČNÍ MODELY:

Historie:

- Nalezení extrému funkce pomocí metod matematické analýzy – derivace atd. – nalezení optimálního řešení
- Praktické aplikace – omezení definičního oboru funkce – soubor omezujících podmínek

Úloha na volný extrém:

- Min {f(x) / x náleží Df}, kde Df je definiční obor funkce f(x).
- Minimální hodnota funkce na celém definičním obou.
- Z praktického hlediska není použitelná.

Úloha na vázaný extrém:

- Min {f(x) / x náleží M}
- Úloha nalezení extrému funkce podél křivky.
- Ze všech hodnot hledáme nejmenší.

Optimalizační úloha:

- Min $\{f(x) / q_i(x) \leq 0,\ i = 1, \ldots, m;\ x^T = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$ náleží $R^n\}$
- Hledáme minimum z hodnot účelové funkce f(x) za podmínky, že pro proměnné x platí nerovnice $q_i(x) \leq 0$.
- F(x) a $q_i(x)$ jsou reálné funkce více proměnných a x je prve vektorového prostoru R^n.
- Základní prvky optimalizačního modelu:
  - Proměnné – procesy
  - Omezující podmínky
  - Kriteriální – účelová funkce
- Základní pojmy:
  - Přípustné a nepřípustné řešení
  - Optimální řešení – to nejlepší řešení

Klasifikace optimalizačních úloh:

- **Z hlediska počtu kritérií:**
  - Jednokriteriální optimalizační model – nejlevější foťák nesplňuje všechny požadavky
  - Vícekriteriální optimalizační model
- **Z hlediska typu kritéria:**

- Minimálizační model: f(x) -> MIN
- Maximalizační model: f(x) -> MAX
- Cílový model – dosažení cíle f(x) = h respektive f(x) – h je minimální

ü **Podle typu použitých funkcí:**

- Lineární optimalizační model – všechny funkce jsou lineární
- Nelineární optimalizační model – je-li alespoň jedna funkce nelineární
  - Konvexní model – kvadratický konvexní model
  - Nekonvexní model

Možnosti řešení optimalizačních úloh:

ü Nalezení vektoru x splňujícího omezující podmínky $q_i(x) \leq 0$, i =1, …, m

ü Nalezení minimální hodnoty účelové funkce f(x)

ü **Přístupy:**

- Grafický – max. 3, více nelze nakreslit
- Analytický – záleží na Jordanově eliminační metodě
- Numerický

Nalezení přípustného řešení:

ü Problém – nekonvexnost množiny přípustných řešení

ü Když už jedno přípustné řešení najdeme, jak najít to optimální?

Nalezení extrému účelové funkce:

ü Problém – nekonvexnost účelové funkce – lokální a globální extrémy

ü Kterým směrem postupovat k optimálnímu řešení?

ü Musí platit alespoň jedno ze tvrzení (konvexita, konkávita)

Analytické metody:

ü Lagrangeovy funkce: $L(x, u) = f(x) + u^T . q(x)$

ü Sedlový bod: $L(x_{opv}\ u) \leq L(x_{opv}\ U_{opt}) \leq L(x, u_{opt})$

ü Kuhn-Tuckerovy podmínky – vlastnosti sedlového bodu

ü Wolfeho algoritmus po řešení kvadratických optimalizačních úloh

Numerické metody:

ü Gradientní metody: $x_{k+1} = x_k = \lambda_k s_k$

ü Penalizační a bariérové metody: min $\{f(x) + p_k(x)$ / x náleží $R^n\}$

ü Heuristické metody: metoda TOP TWENTY