TEORIE PRAVDĚPODOBNOSTI

2004-12-01

VYBRANÉ ZÁKONY ROZDĚLENÍ NÁHODNÝCH VELIČIN

Rozdělení spojitých náhodných veličin:

Rovnoměrné rozdělení:

- konstantní hustota pravděpodobnosti
- model náhodné veličiny, které mají stejnou možnost nabýt kterékoli hodnoty z nějakého intervalu konečné délky

• Desetiminutové intervaly, autobus může přijít kdykoli. Jaká je $E(x)$ a $\sigma(x)$ čekání?

$R_0 = (0;10)$

$$E(x) = \frac{a+b}{2} = \frac{0+10}{2} = \underline{5\ min}$$

$$D(x) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(10-0)^2}{12} = 8{,}33 \implies \sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{8{,}3} \doteq \underline{2{,}89\ min.}$$

• Dodávka v 8-10h - jaká je P, že zboží bude dodáno mezi 8:30 a 8:45

$R_0 = (8;10)$

$$P(8{,}5 < X < 8{,}75) = \int_{8{,}5}^{8{,}75} \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}[x]_{8{,}5}^{8{,}75} = \underline{0{,}125}$$

$$f(x) = \frac{1}{b-a} = \frac{1}{10-8} = \frac{1}{2}$$

Exponenciální rozdělení:

- doba čekání do nastoupení jevu (doba mezi jevy)

• Porucha 1x za 2000 hodin - jaká je P, že porucha nastane dříve než 1000 hodin

$E(x) = 2000$ $\lambda = 0{,}0005$

$P(X < 1000)$

$$P(x < 1000) = \int_0^{1000} 0{,}0005 \cdot e^{-0{,}0005 \cdot x}\,dx =$$

$$E(x) = \frac{1}{\lambda}$$

$$= F(1000) = 1 - e^{-0{,}0005 \cdot 1000} = \underline{0{,}393}$$

$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$

$F(x) = P(X < x)$

- Interval mezi poruchami - 4.000 h $\quad E(x) = 4000 \quad E(0{,}00025)$

  P, že interval bude větší než 5.000 h $\quad P(x > 5000)$

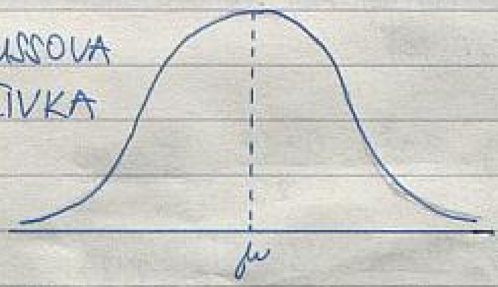
$$P(x > 5000) = \int_{-\infty}^{\infty} 0{,}00025 \cdot e^{-0{,}00025 \cdot x}\, dx$$

$$= 1 - P(x < 5000) = 1 - F(5000) = 1 - \left[1 - e^{-0{,}00025 \cdot 5000}\right] = \underline{0{,}2865}$$

Normální rozdělení:

- 2 parametry: $N(\mu; \sigma^2)$

GAUSSOVA KŘIVKA



Normovaná normální veličina:

$N_0(0;1)$

Standardizace: přepočet z normálního na normované rozdělení $\quad u = \frac{x - \mu}{\sigma}$

* $N_0(0;1)$

- **P(U<1)** $\quad \underline{F(x) = P(X < x)}$

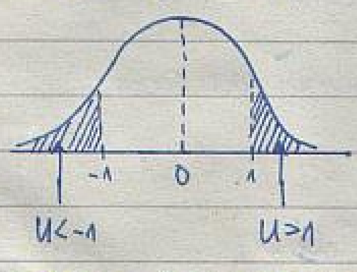
  $P(U<1) = F(1) = \underline{0{,}8413}$ (viz tabulku)

- **P(U>1)**

  $P(U>1) = 1 - P(U<1) = 1 - F(1) = 1 - 0{,}8413 = \underline{0{,}1587}$

- **P(U<-1)** $= F(-1)$

  $P(U<-1) = 1 - F(1) = 1 - 0{,}8413 = \underline{0{,}1587}$



$\underline{F(-u) = 1 - F(u)}$

- **P(U>-1)** $= 1 - P(U<-1) = 1 - F(-1) = 1 - [1 - F(1)] = F(1) = \underline{0{,}8413}$

- $P(0 < u < 1) = F(1) - F(0) = 0{,}8413 - 0{,}5 = \underline{0{,}3413}$
- $P(-1 < u < 1) = F(1) - F(-1) = F(1) - [1 - F(1)] = 2 \cdot F(1) - 1 = \underline{0{,}6826}$
- $P(-3 < u < -2) = F(-2) - F(-3) = 1 - F(2) - [1 - F(3)] = F(3) - F(2) =$

  $= 0{,}9987 - 0{,}9772 = \underline{0{,}0215}$

- Hmotnost kočky europlemenáry: $N(4{,}5;\underbrace{1{,}21}_{\sigma^2})$ $\qquad u = \dfrac{x - \mu}{\sigma}$

Jaká je P, že:

a) kočka váží více než 6 kg:

$P(x > 6) = P\left(u > \dfrac{6 - 4{,}5}{1{,}1}\right) = P(u > 1{,}36) = 1 - F(1{,}36) = 1 - 0{,}9131 = \underline{0{,}0869}$

b)

$P(x < 3) = P\left(u < \dfrac{3 - 4{,}5}{1{,}1}\right) = P(u < -1{,}36) = F(-1{,}36) = 1 - 0{,}91361 = \underline{0{,}0869}$

c)

$P(x \geq 5) = P\left(u \geq \dfrac{5 - 4{,}5}{1{,}1}\right) = P(u \geq 0{,}45) = 1 - F(0{,}45) = 1 - F(0{,}44) = 1 - 0{,}67 = \underline{0{,}33}$

$1 - F(0{,}46) = 1 - 0{,}6772 = \underline{0{,}3228}$

NE: $\cancel{\dfrac{F(0{,}44) + F(0{,}46)}{2}}$

d) $P(3 < x < 5) = P\left(\dfrac{3 - 4{,}5}{1{,}1} < u < \dfrac{5 - 4{,}5}{1}\right) = P(-1{,}36 < u < 0{,}45) = F(0{,}45) - F(-1{,}36) =$

$= F(0{,}45) - \underbrace{[1 - F(1{,}36)]}_{1 - 0{,}9131} = 0{,}6228 - 0{,}0869 = \underline{0{,}5359}$