2004-11-15

SROVNÁNÍ ČÍSELNÝCH CHARAKTERISTIK BINOMICKÉHO A HYPERGEOMETRICKÉHO ROZDĚLENÍ:

Rozdělení	Střední hodnota	Rozptyl
Binomické	np	np(1 – p)
Hypergeometrické	np	$np(1 - p) \cdot \dfrac{N - n}{N - 1}$

$\dfrac{N - n}{N - 1}$ – konečnostní faktor

þ Př.:

Je známo, že mezi 10 součástkami určenými pro montáž určitého přístroje jsou 3 vadné. Sestavíme-li přístroj ze 3 náhodně vybraných součástek, jaká je pravděpodobnost, že bude fungovat?

X – počet vadných součástek

X ~ H (N, M, n)

X ~ H (10, 3, 3)

$$\mathbf{P(X = K) = \dfrac{\dbinom{M}{K} \cdot \dbinom{N - M}{n - k}}{\dbinom{N}{N}}}$$

$$P(X = 0) = \dfrac{\dbinom{3}{0} \cdot \dbinom{7}{3}}{\dbinom{10}{3}} = \dfrac{\dbinom{7}{3}}{\dbinom{10}{3}} = \dfrac{35}{120} = \underline{\underline{0{,}292}}$$

Vybrané zákony rozdělení spojitých náhodných veličin:

ü Rovnoměrné rozdělení:

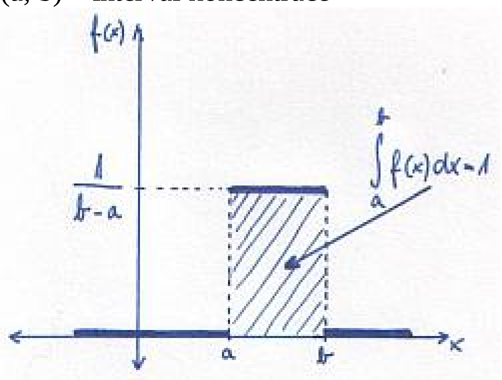
$f(x) \geq 0$

$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

Spojitá náhodná veličina x, jejíž hustota pravděpodobnosti $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b - a} & \text{pro x náleží (a, b)} \\ 0 & \text{pro x nenáleží (a, b)} \end{cases}$ je charakterizována tzv. rovnoměrným rozdělením s parametry a, b.

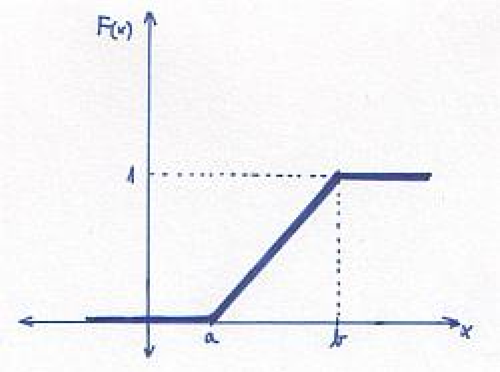
X ~ R (a, b)

(a, b) – interval koncentrace



Distribuční funkce rovnoměrného rozdělení:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt = \begin{cases} 0 \text{ pro } x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a} \quad \text{pro } a \le x \le b \\ 1 \text{ pro } x < b \end{cases}$$



Číselné charakteristiky rovnoměrného rozdělení:

$$E(X) = \frac{a+b}{2} \qquad D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

þ Př.:
Autobusy přijíždějí na zastávku v pětiminutových intervalech. Cestující přichází na zastávku zcela náhodně. S jakou pravděpodobností bude čekat déle než 2 minuty.
X – doba čekání (spojitá náhodná veličina)
(0, 5) – interval koncentrace

$f(x) = \dfrac{1}{5}$ pro x náleží (0, 5)

$f(x) = 0$ pro x nenáleží (0, 5)

X ~ R (0, 5)

$$P(a < X < b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$$

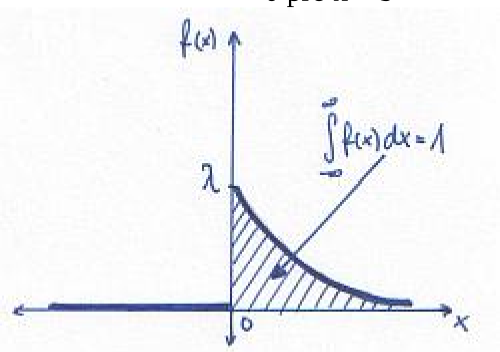
$$P(X > 2) = \frac{1}{5}\int_{2}^{5} dx = \frac{1}{5}[x]_{2}^{5} = \frac{1}{5} \cdot (5-2) = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

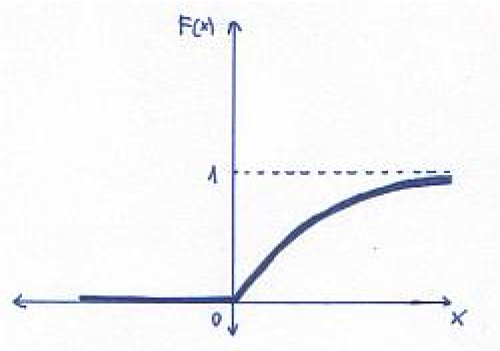
ü Exponenciální rozdělení:
Budeme říkat, že spojitá náhodná veličina x má exponenciální rozdělení s parametrem λ, jestliže její hustota pravděpodobnosti je popsána předpisem: $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{pro } x \ge 0 \\ 0 & \text{pro } x < 0 \end{cases}$

X ~ E (λ)

Distribuční funkce rovnoměrného rozdělení:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{pro } x \ge 0 \\ 0 \text{ pro } x < b \end{cases}$$





Číselné charakteristiky rovnoměrného rozdělení:

$E(X) = \dfrac{1}{\lambda}$ $D(X) = \dfrac{1}{\lambda^2}$ $\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \dfrac{1}{\lambda}$

þ Př.:

Průměrná doba čekání zákazníka na obsluhu v určité prodejně je 50 sekund. Jaká je pravděpodobnost, že náhodný zákazník bude obsloužen za dobu která nepřekročí 30 sekund?

X – doba čekání

$E(X) = 50 = \dfrac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \dfrac{1}{50} = 0{,}02$

$X \sim E\ (0{,}02)$

$P\ (X < 30) = F(30) = 1 - e^{-0{,}02\ .\ 30} = 1 - e^{-06} = \underline{\underline{0{,}451}}$

ü Normální (Gaussovo) rozdělení:

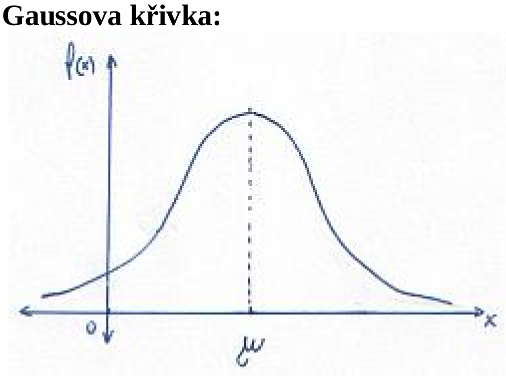
Normální rozdělení je pravděpodobnostním modelem takových veličin, které mohou být interpretovány jakožto výsledek působení velkého počtu nezávislých nebo pouze slabě závislých faktorů, mezi nimiž žádný nepřevládá nad ostatními a příspěvky všech těchto faktorů jsou velmi malé.

$X \sim N\ (\mu, \sigma^2)$ mí a sigma kvadrát

$\mu = E(X)$

$\sigma^2 = D(X)$

Gaussova křivka:



$$P\ (a < X < b) = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

$$P\ (X < b) = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)$$

$$P\ (X > 0) = 1 - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$