2004-11-08

þ Př.:

Student složí zkoušku, jestliže v testu odpoví správně alespoň na 4 z pěti otázek. U každé otázky jsou 4 možné odpovědi, z nichž jediná je správná, s jakou pravděpodobností student složí zkoušku, jestliže se vůbec nepřipravoval a odpovědi volí náhodně?

X – diskrétní náhodná veličina, představuje počet správných odpovědí

$X \sim B_i\ (n = 5,\ p = 0{,}25)$

$P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5) = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} .\ 0{,}25^4 .\ 0{,}75 += \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} .\ 0{,}25^5 .\ 0{,}75^0 = \underline{\underline{0{,}0156}}$

POISSONOVO ROZDĚLENÍ:

Nekonečné Bernoulliho schéma pokusů:

- $n \to \infty$ $(n > 30)$
- $p \to 0$ $(p < 0{,}1)$
- X – počet výskytů jevu A v Bernoulliho schématu pokusů s uvedenými vlastnostmi.
- X – 0, 1, 2, …
- P(X = K), K = 0, 1, 2, …
- $\mathbf{P(X = K) = \dfrac{e^{-\lambda}\ \lambda^{k}}{K!}}$, K = 0, 1, 2, …

  kde $\lambda = n\ .\ p$
- Zákon rozdělení diskrétní náhodné veličiny x popsaný předchozím vzorcem se nazývá Poissonovo rozdělení s parametrem lambda (λ).
- $\mathbf{E(X) = \lambda}$
- $\mathbf{D(X) = \lambda}$

þ Př.:

S jakou pravděpodobností do autoservisu přijede během půl hodiny alespoň jeden zákazník, jestliže je známo, že v průměru přijíždějí 4 zákazníci za hodinu.

X – počet zákazníků, kteří přijedou během půl hodiny

$X \sim P_o\ (\lambda)$

$X \sim P_o\ (2)$

$P(X \geq 1) = P(X = 1) + P(X = 2) + \dots + P(X = n) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0)$

$P(X = K) = \dfrac{e^{-2}\ 2^{0}}{0!} = 1 - e^{-2} = 1 - 0{,}135 = \underline{\underline{0{,}865}}$

þ Př.:

Podnik poskytující v typické zimní noci v době od 21:00 do 7:00 opravy topení obdrží průměrně každé 2 hodiny jedno volání. Náklady na provoz tohoto zařízení jsou pokryty, když za noc obdrží alespoň 3 žádosti na opravu. Jaká je pravděpodobnost, že tyto náklady budou pokryty a jaký bude průměrný počet žádostí o opravu za noc jako rozptyl a směrodatná odchylka?

X – počet žádostí o opravu

$X \sim P_o\ (\lambda)$

$X \sim P_o\ (5)$

$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)] =$

$= 1 - 0{,}006738 - 0{,}03369 - 0{,}084224 = \underline{\underline{0{,}875}}$

$E(X) = \underline{\underline{5}}$

$D(X) = \underline{\underline{5}}$

$\delta\ (X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{5} = \underline{\underline{2{,}236}}$

GEOMETRICKÉ ROZDĚLENÍ:

Nekonečné Bernoulliho schéma pokusů:

- X – počet „neúspěšných“ pokusů, které předcházejí první „úspěch“ – tzv. doba čekání na první „úspěch“.
- X – 0, 1, 2, …
- P(X = K), K = 0, 1, 2, …
- „Úspěch“ má pořád stejnou pravděpodobnost = p.
- **$P(X = K) = p\,(1 - p)^k$**, K = 0, 1, 2, …
- Zákon rozdělení diskrétní náhodné veličiny x popsaný pravděpodobností funkcí ve tvaru předchozího vzorce se nazývá Geometrické rozdělení s parametrem p.
- X ~ G (p)
- **$E(X) = \dfrac{1 - p}{p}$**
- **$D(X) = \dfrac{1 - p}{p^2}$**

NEGATIVNĚ BINOMICKÉ ROZDĚLENÍ:

Nekonečné Bernoulliho schéma pokusů:

- X – počet „neúspěchů“, které předcházejí m-tý „úspěšný“ výsledek – tzv. doba čekání na m-tý „úspěch“.
- X – 0, 1, 2, …
- **$P(X = K) = \dfrac{K + m - 1}{K}\, p^M\,(1 - p)^K$**, K = 0, 1, 2, …
- Zákon rozdělení diskrétní náhodné veličiny x popsaný pravděpodobností funkcí ve tvaru předchozího vzorce se nazývá Negativně binomické rozdělení (Pascalovo rozdělení) s parametry m a p.
- **$E(X) = \dfrac{m(1 - p)}{p}$**
- **$D(X) = \dfrac{m(1 - p)}{p^2}$**

HYPERGEOMETRICKÉ ROZDĚLENÍ:

- Pravděpodobnostní model pro opakované závislé pokusy.
- V souboru N prvků jich má M určitou společnou vlastnost A.
- Z daného souboru náhodně a bez opakování (bez vracení) vybereme n prvků
- X – počet prvků s vlastností A, které se dostaly do výběru n prvků.
- **$P(X = K) = \dfrac{\binom{N}{N} \cdot \binom{N - M}{n - k}}{\binom{N}{n}}$**
- Zákon rozdělení diskrétní náhodné veličiny x popsaný pravděpodobností funkcí ve tvaru předchozího vzorce se nazývá Hypergeometrické rozdělení s parametry M, N, n.
- **$E(X) = n \,.\, p$**
- **$D(X) = n \,.\, p(1 - p) \,.\, \dfrac{N - n}{N - 1}$**
- kde $p = \dfrac{M}{N}$