

2004-10-18

**Podmíněná pravděpodobnost:**

- Ü Pravděpodobnost jevu A vypočtenou za dodatečného předpokladu, že se vyskytne jev B označujeme  $P(A/B)$   
 $A \dots B \quad P(A/B)$
- Ü Pravděpodobnost jevu B vypočtenou za dodatečného předpokladu, že se vyskytne jev A označujeme  $P(B/A)$   
 $B \dots A \quad P(B/A)$

**Př.:**

- a) Určete pravděpodobnost, že při hodu pravidelnou hrací kostkou padne číslo 5
- b) Určete podmíněnou pravděpodobnost, že padne číslo 5, za podmínky, že padlo liché číslo

A – padne číslo 5

B – padne liché číslo

a) 
$$P(A) = \frac{1}{6} \quad \text{- nepodmíněná pravděpodobnost}$$

b) 
$$P(A/B) = \frac{1}{3}$$

**Podmíněná pravděpodobnost:**

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad P(B) > 0 \quad P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad P(A) > 0$$

Ü  $P(A/B) = P(A) \Rightarrow$  jevy A a B jsou nezávisléÜ  $P(B/A) = P(B) \Rightarrow$  jevy A a B jsou nezávisléÜ  $P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B) = P(A) \cdot P(B/A)$ Ü  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ **Vzorec úplné pravděpodobnosti:** $A \dots H_1, H_2, \dots, H_n$ Jev A ve spojení s jedním z náhodných jevů  $H_x \Rightarrow$  jev A se může vyskytnout právě s jedním z náhodných jevů  $H_x$ Jevy  $H_1, H_2, \dots, H_n$  jsou neslučitelné $H_1 \cup H_2 \cup \dots \cup H_n = U$  – tvoří úplnou supinu neslučitelných náhodných jevů

Hypotézy = ?

 $A = (A \cap H_1) \cup (A \cap H_2) \cup \dots \cup (A \cap H_n)$  – všechny jevy jsou neslučitelné

$$P(A) = P(A \cap H_1) + P(A \cap H_2) + \dots + P(A \cap H_n) = P(H_1) \cdot P(A/H_1) + P(H_2) \cdot P(A/H_2) + \dots + P(H_n) \cdot P(A/H_n)$$

$$= \sum P(H_i) \cdot P(A/H_i)$$

**Bayesův vzorec:**

Nastal náhodný jev A – co bylo jeho příčinou?

 $P(H_i/A) \quad i = 1, 2, \dots, n$ 

$$P(H_i/A) = \frac{P(H_i \cap A)}{P(A)} = \frac{P(H_i) \cdot P(A/H_i)}{\sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A/H_i)}$$

**Př.:**

Při vyšetřování pacienta má lékař podezření na 3 navzájem se vylučující onemocnění. P výskytu 1. choroby je 0,3, 2. choroby 0,5 a 3. choroby 0,2. Je známo, že podrobnější laboratorní zkouška dává pozitivní výsledek u 15% nemocných 1. nemocí, u 30% nemocných 2. nemocí a u 30% u nemocných 3. nemocí. Jaká je P 2. nemoci, jestliže laboratorní vyšetření dalo pozitivní výsledek.

 $H_1$  – 1. nemoc  $P(H_1) = 0,3$  $H_2$  – 2. nemoc  $P(H_2) = 0,5$  $H_3$  – 3. nemoc  $P(H_3) = 0,2$ 

Apriorní pravděpodobnost – součet dává 1

A – pozitivní laboratorní výsledek

$$P(A/H_1) = 0,15$$

$$P(A/H_2) = 0,30$$

$$P(A/H_3) = 0,30$$

$$P(H_2/A) = \frac{P(H_2) \cdot P(A/H_2)}{\sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A/H_i)} = \frac{0,5 \cdot 0,3}{0,3 \cdot 0,15 + 0,5 \cdot 0,3 + 0,2 \cdot 0,3} = 0,588 = \underline{\underline{58,8\%}}$$

$$P(H_1/A) = 0,176$$

$$P(H_3/A) = 0,235$$

Aposteriorní pravděpodobnost – součet dává 1

**Hromadnost náhodných jevů** – jevy se mohou neomezeně opakovat

**Subjektivní pravděpodobnost** – individuální stupeň osobního přesvědčení (důvěry) ve výskyt nějakého jevu – týká se vzácných jevů.

Místo číselného vyjádření se používají slovní výrazy, např. krajně nepravděpodobné atd.

**Axiomatická pravděpodobnost** – co máme pravděpodobností rozumět

Je to číslo, které **vyhovuje třem vlastnostem** (axiomům):

Ü Axiom **nezápornosti** – pravděpodobnost jevu A je vždy číslo nezáporné  $\rightarrow P(A) \geq 0$

Ü Axiom **normy**  $\rightarrow P(U) = 1$

Ü Axiom **aditivita** – jestliže jevy představují konečnou nebo spočetnou posloupnost neslučitelných náhodných jevů  $\rightarrow P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = \sum_i P(A_i)$

## NÁHODNÉ VELIČINY:

**Definice** – náhodná veličina je taková náhodná veličina, která může nabývat různých hodnot nebo hodnot z různých intervalů v závislosti na náhodě.

Představuje kvantitativní (číselnou) charakteristiku náhodného pokusu

**Náhodný pokus** – každá procedura, jejíž výsledek je předem nejasný – lze ho popsat náhodným jevem nebo náhodnou veličinou

Ü **Náhodný jev** – představuje kvalitativní charakteristiku jevu, slovní popis – např. je pěkné počasí

Ü **Náhodná veličina** – představuje kvantitativní charakteristiku jevu, číselný popis

## Typy náhodných veličin:

Ü **Diskrétní (nespojité) náhodné veličiny** – může nabývat hodnot od sebe navzájem izolovaných, např. počet cestujících přepravených autobusem za určitou dobu

Ü **Spojité náhodné veličiny** – při zakreslení na osu by to byla přímka