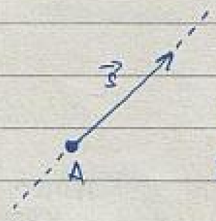
MATEMATIKA III. C2

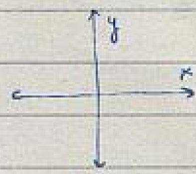
2004-10-08



PŘÍMKA:

$X = A + t\vec{s} \quad t \in R$

$p = A + \langle \vec{s} \rangle$



ROVINA:

$\rho = A + \langle \vec{s_1}; \vec{s_2} \rangle$

$\rho = A + t_1\vec{s_1} + t_2\vec{s_2} \qquad t_1, t_2 \in R$

- $A = [1; 2; 3]$
  $B = [4; 3; -1]$
  $\vec{s} = [3; 1; -4] \quad (B - A) \Rightarrow$

  $X = A + t\vec{s}$
  $p\ x_1 = 1 + 3t$
  $x_2 = 2 + 1$
  $x_3 = 3 - 4t$

  Leží $C[1;1;1]$ na přímce?
  - Dosadit za x a pokud všechna t vyjdou stejná, tak leží bod na přímce.

  $C = [1; 1; 1] \quad \vec{AC} = [0; 1; 2]$ – jeden není násobkem druhého $\Rightarrow$ bod neleží na přímce

DVĚ PŘÍMKY:
totožné
rovnoběžné
různoběžné
mimoběžné

- $p_1 = [2; -1; 1] + \langle (1; 3; 2) \rangle$
  $p_2 = [4; 5; 6] + \langle (2; 6; 4) \rangle$
  $p_3 = [3; 2; 3] + \langle (-3; -9; -6) \rangle$
  Které z těchto přímek jsou totožné?

  $p_1p_2 \Rightarrow \vec{A_1A_2} = [2; 6; 5]$
  $p_2p_3 \Rightarrow \vec{A_2A_3} = [1; 3; 3]$

- $E^4 \Rightarrow [0; 1; 3; -2] = A \qquad B = [-4; 3; 1; 0]$ – neleží
  $\vec{s} = [2; -1; 1; -1] \qquad C = [2; 0; 1; -3]$ – leží

- KL: $K = [0; 1; 0; 2]$, $L = [1; 0; 1; -1]$ $\Big\}\ \vec{s_1} = (-1; 1; -1; 3)$
  MN: $M = [1; 2; 3; -1]$, $N = [0; -1; -2; 2]$ $\Big\}\ \vec{s_2} = (-1; -3; -5; 3)$

  jsou nezávislé; nejsou:
  - totožné
  - rovnoběžné

  KM: $(-1; -1; -3; 3)$

  Urči vzájemnou polohu přímek.

Hodnost matice:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 3 \\ -1 & -3 & -5 & 3 \\ -1 & -1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

bude-li 2, jsou různoběžné
bude-li 3 nebo větší, jsou mimoběžné

$p_1 \Rightarrow x_1 = t_1$
$x_2 = 1 - t_1$
$x_3 = t_1$
$x_4 = 2 - 3t_1$

$p_2 \Rightarrow x_1 = 1 - t_2$
$x_2 = 2 - 3t_2$
$x_3 = 3 - 5t_2$
$x_4 = -1 + 3t_2$

$t_1 = 1 - t_2 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{1}{2}$

$1 - t_1 = 2 - 3t_2$

$t_1 = 3 - 5t_2$

$2 - 3t_1 = -1 + 3t_2$

Průsečík přímek:
$P = \left[\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$

PŘÍMKA V ROVINĚ: různoběžná, rovnoběžná, leží v rovině

- $A = [6; 5; 4] \qquad B = [4; 4; 2]$
  $\vec{s} = (3; 1; 5) \qquad s_1 = (2; 3; 1)$
  přímka ↑ rovina → $s_2 = (1; -2; 4)$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} \cdot(-2) \\ \cdot(-3) \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 7 & -7 \end{pmatrix}$$

hodnost = 2
⇓
nejsou různoběžné

hodnost = 2
hodnost = 3

$\vec{AB} = (2; 1; 2) \qquad \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 7 & -7 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \sim$

DVĚ ROVINY: totožné, různoběžné, rovnoběžné

- $A = [6; 4; 11] \qquad D = [10; 4; 7]$
  $\vec{s_1} = (1; 2; 3) \qquad \vec{s_3} = (3; 2; 1)$
  $\vec{s_2} = (3; 1; 5) \qquad \vec{s_4} = (5; 1; 3)$

buď h = 2 – 2 vektory pro každou
h = 3 – jsou v E^3

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} \cdot(-3) \\ \cdot(-3) \\ \cdot(-5) \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & -4 \\ 0 & -4 & -8 \\ 0 & -9 & -12 \end{pmatrix} \sim \Bigg($$

h = 3
⇓
různoběžné

- Dvě roviny v E^4: $A = [4; 5; 7; 3] \qquad D = [6; 4; 4; 5]$
  $\vec{s_1} = (1; -2; 1; 2) \qquad \vec{s_3} = (3; 2; -3; 1)$
  $\vec{s_2} = (3; -1; 5; 5) \qquad \vec{s_4} = (5; 3; 1; 4)$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 5 & 5 \\ 3 & 2 & -3 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} \cdot(-3) \\ \\ \\ \cdot(-5) \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 2 & -1 \\ 0 & 8 & -6 & -5 \\ \cancel{0} & \cancel{13} & \cancel{-4} & \cancel{-6} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 2 & -1 \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

h = 3

- 2 trojrozměrné prostory v E_4

$/ \quad [5;4;4;4] + \langle (1;2;1;2);(3;1;2;1);(2;3;0;3) \rangle$ h: min. 3

$/ \quad [11;6;4;4] + \langle (4;3;1;2);(6;2;2;1);(5;4;0;3) \rangle$ max. 4.

Jakou mají vzájemnou polohu?

$$\begin{array}{c c} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 3 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 0 & 3 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \\ \cdot(-3) \\ \cdot(-2) \\ \cdot(-4) \\ \cdot(-6) \\ \cdot(-5) \end{array} \end{array} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -5 & -1 & -5 \\ 0 & -1 & -2 & -1 \\ 0 & -5 & -3 & -6 \\ 0 & -10 & -4 & -11 \\ 0 & -6 & -5 & -7 \end{pmatrix} \sim \Bigg($$

h = 4

Příčka mimoběžek v E_3:

$p_1 = A + \langle \vec{s_1} \rangle \qquad \begin{pmatrix} \vec{s_1} \\ \vec{s_2} \\ B-A \end{pmatrix} \qquad h = 3$

$p_2 = B + \langle \vec{s_2} \rangle$

r – příčka $\quad r \parallel \vec{w}$

ověřit, že $\vec{w}$ je vhodný $\begin{pmatrix} \vec{s_1} \\ \vec{s_2} \\ \vec{w} \end{pmatrix} \to h = 3$

1.) vytvoř $\rho = A + \langle \vec{s_1}; \vec{w} \rangle$

2.) spočti $P = \rho \times p_2$

3.) piš $r = P + \langle \vec{w} \rangle$